

Comment développer avec les identités remarquables ?

LA RÉPONSE COURTE

Trois formules à connaître par cœur : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ et $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$. On identifie a et b , on remplace, on calcule.

La méthode en 5 étapes

1. Reconnaître la forme

Un carré de somme, un carré de différence, ou un produit de la somme par la différence : la troisième forme est la seule qui ne laisse que deux termes.

2. Identifier a et b

On écrit explicitement à côté : « ici $a = 3x$ et $b = 4$ ». C'est le moment où la plupart des erreurs se glissent, notamment sur le coefficient.

3. Appliquer la formule

On remplace dans l'identité sans rien calculer d'abord, avec des parenthèses :

$$(3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2.$$

4. Calculer chaque terme

$$(3x)^2 = 9x^2 \text{ (le carré porte aussi sur le 3), } 2 \times 3x \times 4 = 24x, 4^2 = 16.$$

5. Contrôler avec une valeur

On teste avec $x = 1$: les deux écritures doivent donner le même nombre.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Développer $A = (3x+4)^2$, $B = (2x-5)^2$ et $C = (x+7)(x-7)$.

A

$$a = 3x, b = 4 : A = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2 = 9x^2 + 24x + 16.$$

B

$$a = 2x, b = 5 : B = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 = 4x^2 - 20x + 25.$$

C

$$a = x, b = 7 : C = x^2 - 7^2 = x^2 - 49. \text{ Les termes en } x \text{ se sont éliminés.}$$

Vérification

Pour $x = 1$: A vaut $7^2 = 49$ et $9 + 24 + 16 = 49$. Cohérent.

Conclusion. $A = 9x^2 + 24x + 16$, $B = 4x^2 - 20x + 25$ et $C = x^2 - 49$.

Les erreurs à ne pas faire

Écrire $(a+b)^2 = a^2 + b^2$: le double produit $2ab$ manque. Pour $x=1$ et $a=b=1$, on aurait $4=2$, ce qui est faux.

Oublier d'élever le coefficient au carré : $(3x)^2 = 9x^2$ et non $3x^2$.

Se tromper de signe dans $(a-b)^2$: seul le terme du milieu est négatif, b^2 reste positif.

Confondre $(a+b)(a-b)$, qui donne deux termes, avec $(a+b)^2$, qui en donne trois.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

Développer : $(x+5)^2$; $(x-3)^2$; $(x+2)(x-2)$.

Voir le corrigé

$$(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25.$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9.$$

$$(x+2)(x-2) = x^2 - 4.$$

2. Exercice 2

Développer $G = (5x-2)^2$ et $H = (4x+3)(4x-3)$.

Voir le corrigé

$$G = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2 = 25x^2 - 20x + 4.$$

$$H = (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9.$$

3. Exercice 3

Calculer astucieusement 101^2 et 99×101 sans calculatrice.

Voir le corrigé

$$101^2 = (100+1)^2 = 10\,000 + 200 + 1 = 10\,201.$$

$$99 \times 101 = (100-1)(100+1) = 10\,000 - 1 = 9\,999.$$

Questions fréquentes

Faut-il apprendre les trois formules par cœur ?

Oui, elles doivent être immédiates. On peut toujours les retrouver par double distributivité, mais cela coûte du temps en contrôle, et surtout elles servent dans l'autre sens pour factoriser, où la reconnaissance visuelle est indispensable.

Pourquoi les identités permettent-elles des calculs astucieux ?

Parce qu'elles remplacent un calcul difficile par des calculs sur des nombres ronds. 102×98 devient $(100+2)(100-2) = 10\,000 - 4$. Le brevet propose régulièrement ce type de question pour vérifier qu'on a compris la formule, pas seulement mémorisé.