

Comment déterminer une fonction affine à partir de deux points ?

LA RÉPONSE COURTE

Une fonction affine s'écrit $f(x) = ax + b$. Le coefficient a se calcule par $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$, puis on trouve b en remplaçant dans l'une des deux égalités connues.

La méthode en 5 étapes

1. Écrire la forme générale

On pose $f(x) = ax + b$: deux inconnues à déterminer, a puis b .

2. Calculer le coefficient directeur

$a = \frac{\text{diff[?][?]rencedesimages}}{\text{diff[?][?]rencedesant[?][?]c[?][?][?]dents}}$. L'ordre doit être le **même** en haut et en bas.

3. Trouver l'ordonnée à l'origine

On remplace a par sa valeur et on utilise l'un des deux points connus : on obtient une équation du premier degré en b .

4. Écrire l'expression

On conclut par $f(x) = \dots x + \dots$.

5. Vérifier avec le second point

On teste l'expression trouvée sur le point qui n'a pas servi à calculer b : c'est la vérification la plus sûre.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Déterminer la fonction affine f telle que $f(2) = 7$ et $f(5) = 16$.

Forme générale

$$f(x) = ax + b.$$

Coefficient directeur

$$a = \frac{16 - 7}{5 - 2} = \frac{9}{3} = 3.$$

Ordonnée à l'origine

On utilise $f(2) = 7$: $3 \times 2 + b = 7$, donc $6 + b = 7$ et $b = 1$.

Vérification

$f(5) = 3 \times 5 + 1 = 16$. C'est bien la valeur donnée.

Conclusion. La fonction cherchée est $f(x) = 3x + 1$.

Les erreurs à ne pas faire

Inverser le quotient : c'est la différence des **images** qui est au numérateur.

Mélanger l'ordre des points : si on écrit $f(x_2) - f(x_1)$ en haut, il faut écrire $x_2 - x_1$ en bas.

Oublier de calculer b et s'arrêter au coefficient directeur.

Confondre fonction affine ($ax + b$) et fonction linéaire (ax), qui est le cas particulier $b = 0$.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

Déterminer la fonction affine f telle que $f(0) = 4$ et $f(3) = 10$.

Voir le corrigé

$a = \frac{10-4}{3-0} = 2$. Comme $f(0) = b$, on a directement $b = 4$.
 $f(x) = 2x + 4$.

2. Exercice 2

Déterminer la fonction affine passant par les points $A(-1;5)$ et $B(3;-3)$.

Voir le corrigé

$a = \frac{-3-5}{3-(-1)} = \frac{-8}{4} = -2$. Avec A : $-2 \times (-1) + b = 5$, donc $2 + b = 5$ et $b = 3$.
 $f(x) = -2x + 3$. Vérification avec B : $-6 + 3 = -3$.

3. Exercice 3

Un taxi facture 4 € de prise en charge puis 1,20 € par kilomètre. Exprimer le prix P en fonction de la distance x , puis calculer le prix pour 12 km.

Voir le corrigé

Le prix augmente de 1,20 € par km, donc $a = 1,2$; la prise en charge est le prix pour 0 km, donc $b = 4$.

$P(x) = 1,2x + 4$. Pour $x = 12$: $P = 14,4 + 4 = 18,40$ €.

Questions fréquentes

Que représentent a et b graphiquement ?

a est le **coefficient directeur** : il mesure la pente, c'est-à-dire de combien monte la droite quand x augmente de 1. b est l'**ordonnée à l'origine** : c'est la valeur où la droite coupe l'axe vertical, autrement dit $f(0)$.

Comment reconnaître une fonction affine dans un énoncé ?

Dès qu'il y a une partie fixe et une partie proportionnelle : un abonnement plus un prix à l'unité, une prise en charge plus un tarif kilométrique. Si la partie fixe est nulle, la fonction est linéaire et la situation est proportionnelle.