

Comment résoudre une inéquation ?

LA RÉPONSE COURTE

On résout comme une équation, à une différence près : **multiplier ou diviser par un nombre négatif change le sens de l'inégalité**. On termine en donnant l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

La méthode en 5 étapes

1. Développer et réduire

On supprime les parenthèses et on réduit chaque membre.

2. Regrouper les x d'un côté

Ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres ne change jamais le sens de l'inégalité.

3. Isoler x

On divise par le coefficient de x . **Si ce coefficient est négatif, on retourne le symbole** : $\leq$ devient $\geq$, $<$ devient $>$.

4. Écrire l'ensemble des solutions

$x \geq 3$ s'écrit $S = [3; +\infty[$; $x < -2$ s'écrit $S =]-\infty; -2[$. Le crochet est ouvert du côté de l'infini et du côté d'une inégalité stricte.

5. Vérifier avec une valeur

On teste un nombre de l'intervalle trouvé dans l'inéquation de départ, et un nombre extérieur : le premier doit convenir, le second non.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Résoudre $3(x-2) \geq 5x+4$.

Développement

$$3x-6 \geq 5x+4$$

Regroupement

On soustrait $5x$: $-2x-6 \geq 4$. On ajoute 6 : $-2x \geq 10$.

Division par un négatif

On divise par -2 : le sens de l'inégalité **change**.

$$x \leq -5$$

Vérification

Avec $x = -6$: à gauche $3 \times (-8) = -24$, à droite -26 , et $-24 \geq -26$: vrai. Avec $x = 0$:

$-6 \geq 4$ est faux. L'intervalle est bien le bon.

Conclusion. $S =]-\infty; -5]$: les solutions sont tous les réels inférieurs ou égaux à -5 .

Les erreurs à ne pas faire

Oublier de retourner le symbole en divisant par un nombre négatif : c'est l'erreur qui coûte le plus de points du chapitre.

Retourner le symbole en *ajoutant* un nombre négatif : seules la multiplication et la division par un négatif changent le sens.

Écrire l'intervalle avec un crochet fermé du côté de l'infini : $[3; +\infty]$ n'a pas de sens.

Répondre par une valeur unique : les solutions d'une inéquation forment tout un intervalle.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

Résoudre $4x + 7 < 19$.

Voir le corrigé

$4x < 12$, puis en divisant par 4 (positif, le sens ne change pas) : $x < 3$.

$S =]-\infty; 3[$.

2. Exercice 2

Résoudre $-5x + 2 \leq 17$.

Voir le corrigé

$-5x \leq 15$. On divise par -5 et on retourne le symbole : $x \geq -3$.

$S = [-3; +\infty[$.

3. Exercice 3

Un forfait A coûte 20 € plus 0,10 € par SMS ; un forfait B coûte 12 € plus 0,25 € par SMS. À partir de combien de SMS le forfait A est-il plus avantageux ?

Voir le corrigé

On cherche x tel que $20 + 0,1x < 12 + 0,25x$, soit $8 < 0,15x$ et $x > \frac{8}{0,15} \approx 53,3$.

Le forfait A devient plus avantageux à partir de **54 SMS**.

Questions fréquentes

Pourquoi le sens change-t-il avec un nombre négatif ?

Parce que multiplier par un négatif retourne l'ordre des nombres sur la droite graduée : $2 < 5$, mais $-2 > -5$. Pour que l'inégalité reste vraie après multiplication par -1 , il faut donc retourner le symbole.

Comment noter les solutions ?

Sous forme d'intervalle, avec des crochets : fermé quand la valeur est incluse ($\leq$ ou $\geq$), ouvert quand elle ne l'est pas ($<$ ou $>$) et toujours ouvert du côté de l'infini. On peut aussi représenter l'intervalle sur une droite graduée, ce que beaucoup d'énoncés demandent en complément.