

Comment calculer les coordonnées d'un vecteur ?

LA RÉPONSE COURTE

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ s'obtiennent par **arrivée moins départ** : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

L'ordre compte : $\overrightarrow{BA}$ a les coordonnées opposées.

La méthode en 5 étapes

1. Repérer le point de départ et le point d'arrivée

Dans $\overrightarrow{AB}$, A est l'origine du vecteur et B son extrémité. La flèche va de A vers B .

2. Soustraire dans le bon sens

Abscisse : $x_B - x_A$. Ordonnée : $y_B - y_A$. Toujours l'arrivée d'abord.

3. Écrire les coordonnées en colonne

On note $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, notation qui évite de confondre un vecteur et un point.

4. Calculer la norme si besoin

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{x^2 + y^2}$: c'est la longueur AB , obtenue par le théorème de Pythagore.

5. Combiner des vecteurs

On additionne ou soustrait coordonnée par coordonnée, et on multiplie chaque coordonnée par le nombre pour $k\vec{u}$.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Dans un repère, $A(-2;3)$ et $B(4;1)$. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, celles de $\overrightarrow{BA}$, et la distance AB .

Vecteur AB

$x = x_B - x_A = 4 - (-2) = 6$ et $y = y_B - y_A = 1 - 3 = -2$.

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Vecteur BA

$x = -2 - 4 = -6$ et $y = 3 - 1 = 2$: ce sont les coordonnées opposées.

$$\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Norme

$$AB = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}.$$

Valeur approchée

$$\sqrt{40} = 2\sqrt{10} \approx 6,32.$$

Conclusion. $\overrightarrow{AB}\left(\begin{smallmatrix} 6 \\ -2 \end{smallmatrix}\right)$, $\overrightarrow{BA}\left(\begin{smallmatrix} -6 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$ et $AB = 2\sqrt{10} \approx 6,3$.

Les erreurs à ne pas faire

Soustraire dans le mauvais sens : $\overrightarrow{AB}$ n'est pas $\overrightarrow{BA}$, les coordonnées sont opposées.

Oublier les parenthèses avec des coordonnées négatives : $4 - (-2) = 6$, et non 2.

Confondre les coordonnées d'un point et celles d'un vecteur : un point se place, un vecteur se déplace.

Écrire la norme sans racine carrée.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

$C(1;-4)$ et $D(-3;2)$. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{CD}$ et la distance CD .

Voir le corrigé

$$\overrightarrow{CD}\left(\begin{smallmatrix} -3-1 \\ 2-(-4) \end{smallmatrix}\right) = \left(\begin{smallmatrix} -4 \\ 6 \end{smallmatrix}\right).$$

$$CD = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \approx 7,21.$$

2. Exercice 2

$\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ -1 \end{smallmatrix}\right)$ et $\vec{v}\left(\begin{smallmatrix} -2 \\ 5 \end{smallmatrix}\right)$. Calculer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $2\vec{u} - \vec{v}$.

Voir le corrigé

$$\vec{u} + \vec{v}\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 4 \end{smallmatrix}\right).$$

$$2\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} 6 \\ -2 \end{smallmatrix}\right), \text{ donc } 2\vec{u} - \vec{v}\left(\begin{smallmatrix} 8 \\ -7 \end{smallmatrix}\right).$$

3. Exercice 3

$A(0;1)$, $B(5;3)$ et $C(2;-1)$. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Voir le corrigé

$ABCD$ est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Or $\overrightarrow{AB}\left(\begin{smallmatrix} 5 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$.

Donc $2 - x_D = 5$ et $-1 - y_D = 2$, soit $x_D = -3$ et $y_D = -3$.

$$D(-3;-3).$$

Questions fréquentes

Quelle différence entre un point et un vecteur ?

Un point a une position fixe dans le repère. Un vecteur décrit un **déplacement** : une direction, un sens et une longueur, sans point d'attache. Deux vecteurs de mêmes coordonnées sont égaux, même s'ils sont dessinés à des endroits différents.

Comment trouver le milieu d'un segment ?

Par la moyenne des coordonnées : $M\left(\frac{x_A+x_B}{2}; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$. C'est une **moyenne**, donc une addition, à ne pas confondre avec la soustraction qui donne les coordonnées d'un vecteur.