

Comment résoudre une équation du second degré ?

LA RÉPONSE COURTE

On écrit l'équation sous la forme $ax^2+bx+c=0$, on calcule le **discriminant** $\Delta = b^2 - 4ac$, puis on conclut : deux racines si $\Delta > 0$, une racine double si $\Delta = 0$, aucune racine réelle si $\Delta < 0$.

La méthode en 5 étapes

1. Mettre l'équation sous forme canonique du second degré

Tout doit être ramené d'un seul côté : $ax^2+bx+c=0$, avec $a \neq 0$. On identifie ensuite a , b et c avec leurs signes.

2. Chercher d'abord une solution évidente

Si $c = 0$, on factorise par x ; s'il n'y a pas de terme en x , on isole x^2 . Ces cas se traitent sans discriminant, et bien plus vite.

3. Calculer le discriminant

$\Delta = b^2 - 4ac$. On écrit le calcul en entier, avec des parenthèses autour des valeurs négatives.

4. Appliquer la formule selon le signe de Δ

$\Delta > 0$: $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$. $\Delta = 0$: une racine double $x_0 = \frac{-b}{2a}$. $\Delta < 0$: pas de racine réelle.

5. Vérifier

Somme des racines $= -\frac{b}{a}$ et produit $= \frac{c}{a}$: c'est un contrôle immédiat et très efficace.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Résoudre $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

Identification

$a = 2$, $b = -7$, $c = 3$.

Discriminant

$\Delta = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 49 - 24 = 25$.

Signe

$\Delta = 25 > 0$: l'équation admet deux racines réelles distinctes, avec $\sqrt{\Delta} = 5$.

Racines

$$x_1 = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ et } x_2 = \frac{7+5}{4} = 3.$$

Contrôle

Somme : $\frac{1}{2} + 3 = 3,5 = \frac{7}{2} = -\frac{b}{a}$. Produit : $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2} = \frac{c}{a}$. Les deux vérifications passent.

Conclusion. $S = \left\{\frac{1}{2}; 3\right\}$.

Les erreurs à ne pas faire

Oublier le signe de b dans Δ et dans les formules : avec $b = -7$, c'est $-b = 7$ qui apparaît au numérateur.

Diviser par a au lieu de $2a$.

Calculer un discriminant alors que l'équation se factorise immédiatement, comme $x^2 - 5x = 0$.

Écrire « pas de solution » pour $\Delta < 0$ sans préciser « dans $\mathbb{R}$ ».

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

Résoudre $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Voir le corrigé

$$\Delta = 25 - 24 = 1 > 0, \sqrt{\Delta} = 1.$$

$$x_1 = \frac{5-1}{2} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{5+1}{2} = 3. S = \{2; 3\}.$$

2. Exercice 2

Résoudre $x^2 + 4x + 4 = 0$.

Voir le corrigé

$$\Delta = 16 - 16 = 0 : \text{racine double.}$$

$$x_0 = \frac{-4}{2} = -2. S = \{-2\}. \text{ On reconnaissait d'ailleurs } (x+2)^2 = 0.$$

3. Exercice 3

Résoudre $3x^2 - 2x + 5 = 0$.

Voir le corrigé

$$\Delta = 4 - 60 = -56 < 0.$$

L'équation n'a **aucune solution réelle** : $S = [\text{varnothing}]$.

Questions fréquentes

Que signifie le signe du discriminant graphiquement ?

Il indique le nombre de points d'intersection de la parabole avec l'axe des abscisses : deux si $\Delta > 0$, un seul point de tangence si $\Delta = 0$, aucun si $\Delta < 0$. La parabole est alors entièrement au-dessus ou au-dessous de l'axe.

Peut-on éviter le discriminant ?

Souvent, oui. $x^2 = 16$ donne directement $x = \pm 4$; $x^2 - 3x = 0$ se factorise en $x(x-3) = 0$. Et si une racine évidente comme 1 ou -1 annule l'équation, la seconde s'obtient par le produit $\frac{c}{a}$.