Comment simplifier une fraction ?

LA RÉPONSE COURTE

Simplifier une fraction, c'est **diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre**, ce qui ne change pas sa valeur. On recommence tant qu'on trouve un diviseur commun ; quand il n'y en a plus, la fraction est irréductible.

La méthode en 4 étapes

1. **Regarder les deux nombres**

   On observe le numérateur (en haut) et le dénominateur (en bas) et on cherche un nombre qui divise les deux à la fois.

2. **Utiliser les critères de divisibilité**

   Les deux sont pairs ? On divise par 2. Les deux finissent par 0 ou 5 ? On divise par 5. La somme des chiffres est un multiple de 3 des deux côtés ? On divise par 3.

3. **Diviser en haut et en bas**

   On écrit la nouvelle fraction en divisant les *deux* nombres par le diviseur trouvé. Diviser seulement l'un des deux changerait complètement la fraction.

4. **Recommencer**

   On repart de l'étape 1 avec la nouvelle fraction. On s'arrête quand plus aucun nombre (sauf 1) ne divise les deux : la fraction est alors **irréductible**.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Simplifier la fraction $\frac{84}{126}$ le plus possible.

Premier coup d'œil

84 et 126 sont tous les deux pairs : on peut diviser par 2.

$$\frac{84}{126} = \frac{84 \div 2}{126 \div 2} = \frac{42}{63}$$

On continue

42 et 63 ne sont plus tous les deux pairs. Mais $4+2=6$ et $6+3=9$ sont des multiples de 3 : on divise par 3.

$$\frac{42}{63} = \frac{14}{21}$$

Encore une fois

$14 = 2 \times 7$ et $21 = 3 \times 7$: le nombre 7 divise les deux.

$$\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

Contrôle

2 et 3 n'ont aucun diviseur commun autre que 1 : on ne peut plus simplifier.

Conclusion. $\frac{84}{126} = \frac{2}{3}$, et cette fraction est irréductible.

Les erreurs à ne pas faire

Ne diviser que le numérateur (ou que le dénominateur) : $\frac{84}{126}$ ne vaut pas $\frac{42}{126}$. Ce qu'on fait en haut, on le fait en bas.

Soustraire le même nombre en haut et en bas au lieu de diviser : $\frac{5}{7}$ n'est pas égal à $\frac{3}{5}$.

S'arrêter trop tôt en croyant avoir fini : $\frac{14}{21}$ se simplifie encore, même si aucun des deux nombres n'est pair.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Simplifier $\frac{45}{60}$.

   Voir le corrigé

   Les deux finissent par 0 ou 5 : on divise par 5, $\frac{45}{60} = \frac{9}{12}$. Puis 9 et 12 sont des multiples de 3 : $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.
   $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$, irréductible.

2. **Exercice 2**

   Parmi $\frac{18}{24}$, $\frac{3}{4}$ et $\frac{27}{36}$, quelles fractions sont égales ?

   Voir le corrigé

   $\frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ (division par 2 puis par 3) et $\frac{27}{36} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ (division par 3 puis par 3).
   Les **trois fractions sont égales** : elles ont la même forme irréductible $\frac{3}{4}$.

3. **Exercice 3**

   Dans une classe de 30 élèves, 18 sont demi-pensionnaires. Écrire la proportion de demi-pensionnaires sous forme de fraction irréductible.

   Voir le corrigé

   La proportion est $\frac{18}{30}$. Les deux sont pairs : $\frac{9}{15}$. Les deux sont des multiples de 3 : $\frac{3}{5}$.
   Il y a $\frac{3}{5}$ **de demi-pensionnaires**, c'est-à-dire 3 élèves sur 5.

Questions fréquentes

Comment savoir qu'une fraction est irréductible ?

Elle est irréductible quand le seul nombre qui divise à la fois le numérateur et le dénominateur est 1. En pratique, on teste 2, 3, 5, 7, 11 : si aucun ne marche pour les deux, c'est terminé. En troisième, on le démontrera d'un coup avec le PGCD.

Peut-on simplifier plus vite ?

Oui, en divisant directement par le plus grand diviseur commun. Pour $\frac{84}{126}$, ce diviseur est 42 et une seule division suffit : $\frac{84\div42}{126\div42}=\frac{2}{3}$. Mais procéder par petites étapes est plus sûr et donne le même résultat.