

Comment résoudre un problème d'agrandissement ou de réduction ?

LA RÉPONSE COURTE

Dans un agrandissement de rapport k , les **longueurs** sont multipliées par k , les **aires** par k^2 et les **volumes** par k^3 . Toute la difficulté est de repérer quelle grandeur l'énoncé fait varier.

La méthode en 5 étapes

1. Trouver le coefficient k

On divise une longueur de la nouvelle figure par la longueur correspondante de l'ancienne. Si $k > 1$ c'est un agrandissement, si $k < 1$ une réduction.

2. Identifier la grandeur en jeu

Longueur (cm), aire (cm²) ou volume (cm³) : l'unité donne la réponse immédiatement.

3. Choisir le bon facteur

Longueur : $\times k$. Aire : $\times k^2$. Volume : $\times k^3$.

4. Calculer

On multiplie la grandeur de départ par le facteur choisi. Pour remonter dans l'autre sens, on divise.

5. Vérifier la vraisemblance

Un agrandissement de rapport 3 multiplie l'aire par 9 et le volume par 27 : les grands écarts sont normaux.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Une maquette de bateau est à l'échelle $\frac{1}{50}$. Le bateau réel mesure 20 m de long et sa voile a une aire de 75 m². Quelle est la longueur de la maquette ? L'aire de sa voile ?

Le coefficient

$k = \frac{1}{50} = 0,02$: c'est une réduction.

La longueur

Une longueur est multipliée par k : $20 \times 0,02 = 0,4$ m, soit 40 cm.

L'aire

Une aire est multipliée par $k^2 = 0,02^2 = 0,0004$: $75 \times 0,0004 = 0,03$ m².

Conversion

$0,03 \text{ m}^2 = 300 \text{ cm}^2$, puisque $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$.

Conclusion. La maquette mesure 40 cm de long et sa voile a une aire de 300 cm^2 .

Les erreurs à ne pas faire

Multiplier une aire par k au lieu de k^2 : c'est l'erreur la plus fréquente du chapitre.

Oublier que les angles, eux, ne changent pas dans un agrandissement.

Se tromper de sens : pour passer de la maquette au réel, on divise par k (ou on multiplie par 50).

Mélanger les unités d'aire lors de la conversion finale.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

Un triangle d'aire 12 cm^2 subit un agrandissement de rapport 3 . Quelle est l'aire du triangle obtenu ?

Voir le corrigé

L'aire est multipliée par $k^2 = 9$: $12 \times 9 = 108$.

La nouvelle aire vaut 108 cm^2 .

2. Exercice 2

Un cube de 2 cm d'arête a un volume de 8 cm^3 . On multiplie son arête par $2,5$. Quel est le nouveau volume ?

Voir le corrigé

Le volume est multiplié par $k^3 = 2,5^3 = 15,625$: $8 \times 15,625 = 125$.

Le nouveau volume vaut 125 cm^3 . Vérification directe : l'arête vaut 5 cm et $5^3 = 125$.

3. Exercice 3

Deux bouteilles sont semblables. La petite mesure 20 cm et contient 50 cL ; la grande mesure 30 cm . Quelle est sa contenance ?

Voir le corrigé

$k = \frac{30}{20} = 1,5$. Une contenance est un volume : elle est multipliée par $k^3 = 3,375$.

$50 \times 3,375 = 168,75 \text{ cL}$, soit environ $1,69 \text{ L}$.

Questions fréquentes

Qu'est-ce qui est conservé dans un agrandissement ?

Les **mesures d'angles**, le parallélisme, la perpendicularité et les rapports de longueurs. La figure garde exactement la même forme : c'est ce qu'on appelle des figures semblables. Seules les dimensions changent.

Pourquoi le volume est-il multiplié par k^3 ?

Parce qu'un volume se calcule à partir de trois longueurs. Si chacune est multipliée par k , le produit est multiplié par $k \times k \times k = k^3$. Le même raisonnement avec deux longueurs explique le k^2 des aires.