Comment faire un tableau de signes ?

LA RÉPONSE COURTE

On cherche les valeurs qui **annulent chaque facteur**, on les range dans la première ligne du tableau, on détermine le signe de chaque facteur sur chaque intervalle, puis on applique la **règle des signes** ligne par ligne pour obtenir le signe du produit.

La méthode en 5 étapes

1. **Factoriser l'expression**

   Le tableau de signes ne fonctionne que sur un produit ou un quotient. Une somme doit d'abord être factorisée.

2. **Trouver les valeurs interdites et les racines**

   On résout « chaque facteur $=0$ ». Pour un quotient, on note aussi les valeurs qui annulent le dénominateur : ce sont des **valeurs interdites**, marquées d'une double barre.

3. **Dresser le tableau**

   Première ligne : x, avec $-\infty$, les valeurs trouvées rangées dans l'ordre croissant, et $+\infty$. Une ligne par facteur, puis une ligne de conclusion.

4. **Remplir chaque ligne**

   Pour un facteur $ax+b$: il est du signe de a après sa racine, et du signe contraire avant. Un facteur positif de coefficient $a>0$ est donc négatif puis positif.

5. **Conclure par la règle des signes**

   On multiplie les signes colonne par colonne. Deux moins font un plus. On lit ensuite directement l'ensemble des solutions de l'inéquation demandée.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Étudier le signe de $A(x)=(2x-6)(x+1)$ puis résoudre $A(x)\leq 0$.

Les racines

$2x-6=0$ donne $x=3$; $x+1=0$ donne $x=-1$.

Ligne de 2x−6

Le coefficient 2 est positif : ce facteur est négatif avant 3, nul en 3, positif après.

Ligne de x+1

Coefficient 1 positif : négatif avant -1, positif après.

Produit

Sur $]-\infty;-1[$: $(-)\times(-)=+$. Sur $]-1;3[$: $(-)\times(+)=-$. Sur $]3;+\infty[$: $(+)\times(+)=+$.

Conclusion. $A(x)\leq 0$ sur $[-1;3]$: c'est l'ensemble des solutions, bornes comprises puisque l'inégalité est large et que A s'annule en -1 et en 3.

Les erreurs à ne pas faire

Ranger les racines dans le désordre dans la première ligne : elles doivent être en ordre croissant.

Oublier la double barre sous une valeur interdite d'un quotient : la valeur est exclue, elle ne peut jamais être solution.

Chercher le signe d'une somme sans l'avoir factorisée.

Inclure une valeur interdite dans l'ensemble des solutions d'une inéquation large.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Étudier le signe de $(x-4)(x+2)$.

   Voir le corrigé

   Racines : 4 et -2. Les deux facteurs ont un coefficient positif.
   Le produit est positif sur $]-\infty;-2[$, négatif sur $]-2;4[$ et positif sur $]4;+\infty[$.

2. **Exercice 2**

   Résoudre $(-3x+9)(x+5)>0$.

   Voir le corrigé

   Racines : $x=3$ et $x=-5$. Le facteur $-3x+9$ a un coefficient **négatif** : il est positif avant 3 et négatif après.
   Produit : négatif sur $]-\infty;-5[$, positif sur $]-5;3[$, négatif sur $]3;+\infty[$. Donc $S=]-5;3[$.

3. **Exercice 3**

   Étudier le signe de $\frac{x-1}{x+3}$.

   Voir le corrigé

   Racine du numérateur : 1. Valeur interdite : -3 (double barre).
   Le quotient est positif sur $]-\infty;-3[$, négatif sur $]-3;1[$, positif sur $]1;+\infty[$, et s'annule en 1 seulement.

Questions fréquentes

Pourquoi un tableau plutôt qu'un calcul direct ?

Parce qu'une inéquation produit ne se résout pas facteur par facteur : $(2x-6)(x+1)\leq 0$ ne signifie pas que les deux facteurs sont négatifs. Le tableau examine tous les cas d'un coup et donne le signe sur chaque intervalle, ce qu'aucun calcul direct ne fait.

Comment lire les solutions dans le tableau ?

On repère les intervalles où la dernière ligne porte le signe demandé, puis on les réunit. Pour une inégalité large, on inclut les racines (crochets fermés), mais **jamais** les valeurs interdites d'un quotient, qui restent exclues.