

Comment factoriser un trinôme du second degré ?

LA RÉPONSE COURTE

Si le trinôme ax^2+bx+c a deux racines x_1 et x_2 , il se factorise en $a(x-x_1)(x-x_2)$.
Avec une racine double : $a(x-x_0)^2$. Si $\Delta < 0$, aucune factorisation n'est possible dans $\mathbb{R}$.

La méthode en 5 étapes

1. Tester les factorisations rapides

Facteur commun ou identité remarquable : $2x^2-8=2(x-2)(x+2)$ s'obtient sans discriminant.

2. Calculer le discriminant

$\Delta = b^2 - 4ac$, comme pour la résolution.

3. Trouver les racines

Avec les formules habituelles si $\Delta > 0$, ou $x_0 = \frac{-b}{2a}$ si $\Delta = 0$.

4. Écrire la forme factorisée

$a(x-x_1)(x-x_2)$. **Le coefficient a ne doit pas être oublié** : c'est l'erreur la plus fréquente.

5. Vérifier en développant

On redéveloppe rapidement, au moins le terme constant : $a \times x_1 \times x_2$ doit redonner c .

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Factoriser $f(x) = 3x^2 + 3x - 18$.

Facteur commun

On peut d'abord sortir 3 : $f(x) = 3(x^2 + x - 6)$. Les calculs seront plus simples.

Discriminant

Pour $x^2 + x - 6$: $\Delta = 1 + 24 = 25 > 0$, $\sqrt{\Delta} = 5$.

Racines

$x_1 = \frac{-1-5}{2} = -3$ et $x_2 = \frac{-1+5}{2} = 2$.

Forme factorisée

$x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2)$, donc $f(x) = 3(x+3)(x-2)$.

Vérification

Terme constant : $3 \times 3 \times (-2) = -18$. C'est bien celui de départ.

Conclusion. $f(x) = 3(x+3)(x-2)$.

Les erreurs à ne pas faire

Oublier le coefficient a devant les parenthèses : $3x^2+3x-18$ n'est pas $(x+3)(x-2)$.

Se tromper de signe dans $(x-x_1)$: pour $x_1 = -3$, le facteur est $(x+3)$.

Vouloir factoriser un trinôme de discriminant négatif : c'est impossible dans $\mathbb{R}$.

Confondre forme factorisée et forme canonique : la première fait apparaître les racines, la seconde le sommet.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

Factoriser $x^2-7x+12$.

Voir le corrigé

$\Delta = 49-48 = 1$, racines $x_1 = 3$ et $x_2 = 4$.

$x^2-7x+12 = (x-3)(x-4)$.

2. Exercice 2

Factoriser $-2x^2+8x-8$.

Voir le corrigé

$\Delta = 64-4 \times (-2) \times (-8) = 64-64 = 0$: racine double $x_0 = \frac{-8}{-4} = 2$.

$-2x^2+8x-8 = -2(x-2)^2$.

3. Exercice 3

Résoudre $x^2+2x-15 \leq 0$ après factorisation.

Voir le corrigé

$\Delta = 4+60 = 64$, racines -5 et 3 , donc $x^2+2x-15 = (x+5)(x-3)$.

Le trinôme est du signe de $a = 1 > 0$ à l'extérieur des racines, négatif entre elles :

$S = [-5; 3]$.

Questions fréquentes

À quoi sert la forme factorisée ?

À lire immédiatement les racines, donc à résoudre $f(x) = 0$, et à étudier le signe du trinôme grâce à un tableau de signes. La forme développée donne l'ordonnée à l'origine, la forme canonique donne le sommet : chaque écriture sert à une question différente.

Comment retrouver la forme canonique ?

$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$. Elle donne directement le sommet de la parabole, donc l'extremum de la fonction, ce que la forme factorisée ne montre pas.