Comment factoriser avec un facteur commun ?

LA RÉPONSE COURTE

Factoriser, c'est transformer une **somme en produit**. On repère le facteur présent dans tous les termes, on l'écrit devant une parenthèse, et on met à l'intérieur ce qui reste de chaque terme : $ka+kb=k(a+b)$.

La méthode en 5 étapes

1. **Repérer le facteur commun**

   On cherche ce qui apparaît dans **chaque** terme : un nombre, une lettre, ou une parenthèse entière.

2. **Écrire le facteur devant une parenthèse**

   On pose $k(\ldots)$ et on garde la parenthèse ouverte le temps de la remplir.

3. **Chercher ce qui reste**

   Pour chaque terme, on se demande : « par quoi dois-je multiplier le facteur commun pour retrouver ce terme ? ». La réponse va dans la parenthèse, avec son signe.

4. **Attention au terme qui disparaît**

   Si un terme *est* le facteur commun, il reste 1 dans la parenthèse, et non rien : $5x+5=5(x+1)$.

5. **Vérifier en développant**

   On redéveloppe le résultat : on doit retomber exactement sur l'expression de départ.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Factoriser $B=12x^2+18x$ et $C=(x+2)(3x-1)+(x+2)(x+5)$.

Facteur commun de B

Nombres : 12 et 18 ont 6 en commun. Lettres : x^2 et x ont x en commun. Le facteur commun est $6x$.

On remplit

$12x^2=6x\times 2x$ et $18x=6x\times 3$.
$B=6x(2x+3)$

Facteur commun de C

Ici le facteur commun est une parenthèse entière : $(x+2)$.

On remplit

$C=(x+2)\big[(3x-1)+(x+5)\big]=(x+2)(4x+4)$, soit après factorisation par 4 :
$C=4(x+2)(x+1)$.

Conclusion. $B=6x(2x+3)$ et $C=4(x+2)(x+1)$.

Les erreurs à ne pas faire

Oublier le 1 : $7x+7$ se factorise en $7(x+1)$, pas en $7(x)$.

Ne prendre qu'une partie du facteur commun : $12x^2+18x=6(2x^2+3x)$ est exact mais incomplet, on peut encore sortir x.

Changer l'expression en factorisant : le contrôle par développement est indispensable.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Factoriser : $5x+15$; x^2-7x ; $9a^2+12a$.

   Voir le corrigé

   $5x+15=5(x+3)$.
   $x^2-7x=x(x-7)$.
   $9a^2+12a=3a(3a+4)$.

2. **Exercice 2**

   Factoriser $D=(2x-1)(x+4)-(2x-1)(3x-2)$.

   Voir le corrigé

   Facteur commun : $(2x-1)$.
   $D=(2x-1)\big[(x+4)-(3x-2)\big]=(2x-1)(x+4-3x+2)=(2x-1)(-2x+6)$.
   On peut aussi écrire $D=-2(2x-1)(x-3)$.

3. **Exercice 3**

   Factoriser $E=4x(x+3)+7(x+3)$, puis calculer E pour $x=-3$.

   Voir le corrigé

   Facteur commun : $(x+3)$, donc $E=(x+3)(4x+7)$.
   Pour $x=-3$: le premier facteur vaut 0, donc $E=0$. La forme factorisée donne la réponse immédiatement.

Questions fréquentes

À quoi sert de factoriser ?

À calculer plus vite (un produit se calcule mentalement là où une somme demande plusieurs étapes) et surtout à **résoudre des équations**. Un produit est nul quand l'un de ses facteurs est nul : c'est l'outil central de la troisième pour les équations produit.

Comment savoir si une expression est factorisable ?

On regarde si tous les termes partagent quelque chose : un nombre, une lettre, une parenthèse. S'il n'y a rien de commun, comme dans x^2+5, l'expression n'est pas factorisable avec les outils de quatrième. En troisième, les identités remarquables élargiront les possibilités.