

Comment étudier le signe d'un trinôme ?

LA RÉPONSE COURTE

Un trinôme est **du signe de a à l'extérieur des racines** et du signe contraire entre elles.
Si $\Delta < 0$, il garde le signe de a partout ; si $\Delta = 0$, il garde le signe de a en s'annulant en un point.

La méthode en 5 étapes

1. Calculer le discriminant

Il décide du nombre de racines, donc de la forme du tableau de signes.

2. Déterminer les racines

Si $\Delta > 0$, on calcule x_1 et x_2 et on les range dans l'ordre croissant.

3. Appliquer la règle du signe

À l'extérieur de $[x_1; x_2]$, le trinôme est du signe de a ; entre les racines, du signe opposé.

4. Dresser le tableau de signes

Une ligne pour x , une pour le trinôme, avec des zéros sous les racines.

5. Conclure sur l'inéquation

On lit les intervalles où le signe convient. Crochets fermés pour une inégalité large, ouverts pour une stricte.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Résoudre $-x^2 + 4x + 5 > 0$.

Identification

$a = -1$, $b = 4$, $c = 5$.

Discriminant et racines

$\Delta = 16 + 20 = 36 > 0$, $\sqrt{\Delta} = 6$. $x_1 = \frac{-4-6}{-2} = 5$ et $x_2 = \frac{-4+6}{-2} = -1$. Rangées : -1 puis 5 .

Règle du signe

$a = -1 < 0$: le trinôme est **néglatif** à l'extérieur de $[-1; 5]$ et **positif** entre -1 et 5 .

Lecture

On cherche les x où le trinôme est strictement positif : c'est l'intervalle ouvert entre les racines.

Conclusion. $S =]-1; 5[$.

Les erreurs à ne pas faire

Oublier le signe de a : avec $a < 0$, tout le tableau est inversé.

Ranger les racines dans l'ordre où elles ont été calculées plutôt qu'en ordre croissant.

Conclure « aucune solution » quand $\Delta < 0$: le trinôme ne s'annule pas, mais il garde un signe constant, et l'inéquation peut avoir $\mathbb{R}$ pour solution.

Inclure les racines dans une inégalité stricte.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

Étudier le signe de $x^2 - 3x - 10$.

Voir le corrigé

$\Delta = 9 + 40 = 49$, racines -2 et 5 . Comme $a = 1 > 0$: positif sur $] -\infty; -2[$ et $] 5; +\infty[$, négatif sur $] -2; 5[$, nul en -2 et 5 .

2. Exercice 2

Résoudre $x^2 + x + 3 > 0$.

Voir le corrigé

$\Delta = 1 - 12 = -11 < 0$: pas de racine. Le trinôme garde donc le signe de $a = 1 > 0$ sur tout $\mathbb{R}$.

$S = \mathbb{R}$: l'inéquation est vraie pour tout réel.

3. Exercice 3

Résoudre $2x^2 - 8x \geq 0$.

Voir le corrigé

On factorise : $2x(x - 4) \geq 0$, racines 0 et 4 , avec $a = 2 > 0$.

Le trinôme est positif à l'extérieur des racines : $S =] -\infty; 0] \cup [4; +\infty[$.

Questions fréquentes

Comment retenir la règle du signe ?

Par la parabole : si $a > 0$ elle est tournée vers le haut, donc elle passe sous l'axe seulement entre ses deux racines. « Du signe de a à l'extérieur des racines » n'est qu'une traduction de ce dessin, qu'il vaut mieux savoir refaire que mémoriser.

Et si le trinôme est au dénominateur ?

On étudie son signe de la même façon, mais ses racines deviennent des **valeurs interdites** : on les marque d'une double barre dans le tableau et elles ne peuvent jamais appartenir à l'ensemble des solutions.