

Comment développer avec la double distributivité ?

LA RÉPONSE COURTE

On multiplie **chaque terme de la première parenthèse par chaque terme de la seconde** : $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$. On obtient toujours quatre produits, qu'on réduit ensuite.

La méthode en 5 étapes

1. Compter les produits attendus

Deux termes multipliés par deux termes donnent **quatre** produits. C'est le meilleur contrôle : si on n'en a que trois, il en manque un.

2. Multiplier dans l'ordre

Premier terme par premier, premier par second, second par premier, second par second. Toujours dans le même ordre, pour ne rien oublier.

3. Soigner les signes

Chaque terme est pris **avec son signe** : dans $(x-3)$, le second terme est -3 . Règle des signes habituelle pour chaque produit.

4. Réduire

On regroupe les termes semblables, en général les deux termes du milieu.

5. Vérifier numériquement

On teste avec $x=1$ ou $x=2$ dans l'expression de départ et dans le résultat : les deux valeurs doivent coïncider.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Développer et réduire $A = (2x+3)(x-5)$.

Les quatre produits

$$2x \times x = 2x^2 ; 2x \times (-5) = -10x ; 3 \times x = 3x ; 3 \times (-5) = -15.$$

Assemblage

$$A = 2x^2 - 10x + 3x - 15$$

Réduction

$$-10x + 3x = -7x.$$

$$A = 2x^2 - 7x - 15$$

Vérification

Pour $x = 2$: départ $(4+3)(2-5) = 7 \times (-3) = -21$; résultat $2 \times 4 - 14 - 15 = 8 - 29 = -21$.
C'est cohérent.

Conclusion. $A = 2x^2 - 7x - 15$.

Les erreurs à ne pas faire

N'écrire que deux produits, en multipliant « le premier par le premier et le second par le second ».

Perdre un signe : $(x-3)(x-4)$ donne $+12$ à la fin, car $(-3) \times (-4) = +12$.

Réduire des termes non semblables, comme $2x^2$ et $-7x$.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

Développer et réduire $(x+4)(x+6)$.

Voir le corrigé

$x \times x = x^2$; $x \times 6 = 6x$; $4 \times x = 4x$; $4 \times 6 = 24$.
 $(x+4)(x+6) = x^2 + 10x + 24$.

2. **Exercice 2**

Développer et réduire $(3x-2)(2x-5)$.

Voir le corrigé

$6x^2 - 15x - 4x + 10$.
Après réduction : $6x^2 - 19x + 10$.

3. **Exercice 3**

Un rectangle a pour dimensions $(x+3)$ et $(x+7)$. Exprimer son aire sous forme développée, puis la calculer pour $x = 5$.

Voir le corrigé

$A = (x+3)(x+7) = x^2 + 7x + 3x + 21 = x^2 + 10x + 21$.
Pour $x = 5$: $25 + 50 + 21 = 96$ unités d'aire. Vérification directe : $8 \times 12 = 96$.

Questions fréquentes

Et si une parenthèse a trois termes ?

Le principe ne change pas : chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde. Avec deux termes et trois termes, on obtient $2 \times 3 = 6$ produits. Compter les produits attendus reste le meilleur garde-fou.

Quel rapport avec les identités remarquables ?

Les identités remarquables sont des cas particuliers de double distributivité, appris par cœur pour aller plus vite : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ se retrouve en développant $(a+b)(a+b)$. On les étudie en troisième, mais la double distributivité permet déjà de les redémontrer.