Comment déterminer une fonction affine à partir de deux points ?

LA RÉPONSE COURTE

Une fonction affine s'écrit $f(x)=ax+b$. Le coefficient a se calcule par $a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$, puis on trouve b en remplaçant dans l'une des deux égalités connues.

La méthode en 5 étapes

1. **Écrire la forme générale**

   On pose $f(x)=ax+b$: deux inconnues à déterminer, a puis b.

2. **Calculer le coefficient directeur**

   $a=\frac{\mathrm{diff[?][?]rencedesimages}}{\mathrm{diff[?][?]rencedesant[?][?]c[?][?][?]dents}}$. L'ordre doit être le **même** en haut et en bas.

3. **Trouver l'ordonnée à l'origine**

   On remplace a par sa valeur et on utilise l'un des deux points connus : on obtient une équation du premier degré en b.

4. **Écrire l'expression**

   On conclut par $f(x)=\ldots x+\ldots$

5. **Vérifier avec le second point**

   On teste l'expression trouvée sur le point qui n'a pas servi à calculer b : c'est la vérification la plus sûre.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Déterminer la fonction affine f telle que $f(2)=7$ et $f(5)=16$.

Forme générale

$f(x)=ax+b$.

Coefficient directeur

$a=\frac{16-7}{5-2}=\frac{9}{3}=3$.

Ordonnée à l'origine

On utilise $f(2)=7$: $3\times2+b=7$, donc $6+b=7$ et $b=1$.

Vérification

$f(5)=3\times5+1=16$. C'est bien la valeur donnée.

Conclusion. La fonction cherchée est $f(x)=3x+1$.

Les erreurs à ne pas faire

Inverser le quotient : c'est la différence des **images** qui est au numérateur.

Mélanger l'ordre des points : si on écrit $f(x_2)-f(x_1)$ en haut, il faut écrire x_2-x_1 en bas.

Oublier de calculer b et s'arrêter au coefficient directeur.

Confondre fonction affine ($ax+b$) et fonction linéaire (ax), qui est le cas particulier $b=0$.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Déterminer la fonction affine f telle que $f(0)=4$ et $f(3)=10$.

   Voir le corrigé

   $a=\frac{10-4}{3-0}=2$. Comme $f(0)=b$, on a directement $b=4$.
   $f(x)=2x+4$.

2. **Exercice 2**

   Déterminer la fonction affine passant par les points $A(-1;5)$ et $B(3;-3)$.

   Voir le corrigé

   $a=\frac{-3-5}{3-(-1)}=\frac{-8}{4}=-2$. Avec A : $-2\times(-1)+b=5$, donc $2+b=5$ et $b=3$.
   $f(x)=-2x+3$. Vérification avec B : $-6+3=-3$.

3. **Exercice 3**

   Un taxi facture 4 € de prise en charge puis $1{,}20$ € par kilomètre. Exprimer le prix P en fonction de la distance x, puis calculer le prix pour 12 km.

   Voir le corrigé

   Le prix augmente de $1{,}20$ € par km, donc $a=1{,}2$; la prise en charge est le prix pour 0 km, donc $b=4$.
   $P(x)=1{,}2x+4$. Pour $x=12$: $P=14{,}4+4=18{,}40$ €.

Questions fréquentes

Que représentent a et b graphiquement ?

a est le **coefficient directeur** : il mesure la pente, c'est-à-dire de combien monte la droite quand x augmente de 1. b est l'**ordonnée à l'origine** : c'est la valeur où la droite coupe l'axe vertical, autrement dit $f(0)$.

Comment reconnaître une fonction affine dans un énoncé ?

Dès qu'il y a une partie fixe et une partie proportionnelle : un abonnement plus un prix à l'unité, une prise en charge plus un tarif kilométrique. Si la partie fixe est nulle, la fonction est linéaire et la situation est proportionnelle.