Comment déterminer l'équation d'une droite ?

LA RÉPONSE COURTE

Une droite non verticale a une équation de la forme $y=mx+p$. Le coefficient directeur se calcule par $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$, puis p s'obtient en remplaçant les coordonnées d'un point connu.

La méthode en 5 étapes

1. **Vérifier que la droite n'est pas verticale**

   Si $x_A=x_B$, la droite est verticale et son équation est $x=x_A$: elle n'a pas de coefficient directeur.

2. **Calculer le coefficient directeur**

   $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$, différence des ordonnées sur différence des abscisses, dans le même ordre en haut et en bas.

3. **Trouver l'ordonnée à l'origine**

   On remplace x et y par les coordonnées de A dans $y=mx+p$, puis on résout en p.

4. **Écrire l'équation réduite**

   $y=mx+p$ avec les valeurs trouvées.

5. **Vérifier avec l'autre point**

   On teste les coordonnées de B dans l'équation : l'égalité doit être vraie.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Déterminer l'équation réduite de la droite passant par $A(1;5)$ et $B(4;-1)$.

Coefficient directeur

$m=\frac{-1-5}{4-1}=\frac{-6}{3}=-2$.

Ordonnée à l'origine

Avec A : $5=-2\times1+p$, donc $p=7$.

Équation

$y=-2x+7$.

Vérification

Avec B : $-2\times4+7=-1$. C'est bien l'ordonnée de B.

Conclusion. La droite (AB) a pour équation réduite $y=-2x+7$.

Les erreurs à ne pas faire

Inverser le quotient du coefficient directeur : les ordonnées sont au numérateur.

Oublier le cas de la droite verticale, qui n'a pas d'équation réduite.

Confondre $y=3$ (droite horizontale) et $x=3$ (droite verticale).

S'arrêter au coefficient directeur sans calculer p.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Déterminer l'équation de la droite passant par $A(0;-2)$ et $B(3;7)$.

   Voir le corrigé

   $m=\frac{7-(-2)}{3-0}=3$. Comme A a une abscisse nulle, $p=-2$ directement.
   $y=3x-2$.

2. **Exercice 2**

   Déterminer l'équation de la droite passant par $C(-2;4)$ et $D(-2;9)$.

   Voir le corrigé

   Les deux points ont la même abscisse : la droite est **verticale**.

   Son équation est $x=-2$; elle n'a pas de coefficient directeur.

3. **Exercice 3**

   La droite d a pour équation $y=4x-3$. Le point $E(2;5)$ appartient-il à d ?

   Voir le corrigé

   On remplace x par 2 : $4\times2-3=5$.

   On obtient bien l'ordonnée de E : le point E **appartient** à la droite d.

Questions fréquentes

Comment savoir si deux droites sont parallèles ?

Elles sont parallèles si elles ont le **même coefficient directeur**. $y=3x+1$ et $y=3x-7$ sont parallèles ; elles sont confondues seulement si p est aussi identique. Deux droites verticales sont toujours parallèles entre elles.

À quoi sert l'équation cartésienne ax+by+c=0 ?

Elle décrit **toutes** les droites, y compris les verticales, que l'équation réduite ne peut pas représenter. On l'utilise notamment avec les vecteurs directeurs : le vecteur $\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ dirige la droite d'équation $ax+by+c=0$.