Comment construire le symétrique d'une figure par symétrie centrale ?

LA RÉPONSE COURTE

Le symétrique d'un point A par rapport à un centre O est le point A' tel que O **soit le milieu de** $[AA']$. On trace la demi-droite $[AO)$, puis on reporte la longueur OA de l'autre côté de O.

La méthode en 5 étapes

1. **Tracer la droite passant par le point et le centre**

   Pour un sommet A, on trace la droite (AO) : le symétrique A' se trouvera forcément dessus.

2. **Reporter la distance**

   On mesure OA à la règle ou au compas, et on reporte cette longueur à partir de O, de **l'autre côté** du centre. On obtient A' avec $OA = OA'$.

3. **Recommencer pour chaque sommet**

   On construit ainsi B', C'… Un point confondu avec le centre est son propre symétrique.

4. **Relier les points**

   On relie les symétriques dans le même ordre. La figure obtenue est la figure de départ ayant subi un **demi-tour** autour de O.

5. **Vérifier**

   Les segments correspondants doivent être parallèles et de même longueur, et la figure doit paraître retournée à $180[?][?]$, pas en miroir.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Construire le symétrique du triangle ABC par rapport au point O, où $OA = 3$ cm, $OB = 4$ cm et C est confondu avec O.

Le point A

On trace la droite (AO), puis on place A' sur cette droite, de l'autre côté de O, avec $OA' = 3$ cm.

Le point B

Même méthode : droite (BO), report de 4 cm au-delà de O, on obtient B'.

Le point C

C est le centre lui-même : le centre est son propre symétrique, donc $C' = C = O$.

La figure

On relie A', B' et C'. Le triangle $A'B'C'$ est superposable à ABC après un demi-tour autour de O.

Conclusion. $A'B'C'$ est le symétrique de ABC par rapport à O : les longueurs et les angles sont conservés, et $(A'B')$ est parallèle à (AB).

Les erreurs à ne pas faire

Reporter la longueur du même côté du centre : le symétrique est toujours de l'**autre** côté.

Confondre symétrie axiale et symétrie centrale : la première est un pliage (effet miroir), la seconde un demi-tour.

Oublier que le centre est son propre symétrique.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   O est le milieu de $[MM']$ et $OM = 5{,}2$ cm. Que vaut MM' ?

   Voir le corrigé

   O est le milieu, donc $OM' = OM = 5{,}2$ cm et $MM' = OM + OM'$.
   $MM' = 5{,}2 + 5{,}2 = 10{,}4$ cm.

2. **Exercice 2**

   Le segment $[AB]$ mesure 7 cm. Que peut-on dire de son symétrique $[A'B']$ par rapport à un point O ?

   Voir le corrigé

   La symétrie centrale conserve les longueurs, et l'image d'une droite est une droite parallèle.
   Donc $A'B' = 7$ cm et $(A'B')$ est **parallèle** à (AB).

3. **Exercice 3**

   Quelles figures usuelles possèdent un centre de symétrie ?

   Voir le corrigé

   Le parallélogramme (point d'intersection des diagonales), le rectangle, le losange, le carré et le cercle (son centre).

   En revanche, un triangle quelconque n'a jamais de centre de symétrie.

Questions fréquentes

Quelle différence avec la symétrie axiale ?

La symétrie axiale se fait par rapport à une **droite** : c'est un pliage, la figure est retournée comme dans un miroir. La symétrie centrale se fait par rapport à un **point** : c'est un demi-tour, le sens de lecture de la figure est conservé.

Que conserve la symétrie centrale ?

Elle conserve les longueurs, les mesures d'angles, les aires, l'alignement et les milieux. Elle a en plus une propriété que la symétrie axiale n'a pas : l'image d'une droite est une droite qui lui est **parallèle**.