Comment construire le symétrique d'une figure ?

LA RÉPONSE COURTE

On construit le symétrique **point par point** : pour chaque sommet, on trace la perpendiculaire à l'axe, et on reporte de l'autre côté **la même distance**. On relie ensuite les points obtenus dans le même ordre que sur la figure de départ.

La méthode en 5 étapes

1. **Repérer les points utiles**

   Il suffit de construire le symétrique des **sommets** : les côtés se retracent tout seuls à la règle. Nommer les points (A, B, C…) évite de s'emmêler.

2. **Tracer la perpendiculaire à l'axe**

   Pour un point A, on trace à l'équerre la droite perpendiculaire à l'axe passant par A. C'est sur cette droite que se trouvera A'.

3. **Reporter la distance**

   On mesure la distance entre A et l'axe, puis on reporte exactement la même distance de l'autre côté. Le compas, pointe sur l'axe, est plus précis que la règle.

4. **Recommencer pour chaque sommet**

   On obtient A', B', C'…

5. **Relier et vérifier**

   On relie les points symétriques dans le même ordre. Vérification : en pliant la feuille le long de l'axe, les deux figures doivent se superposer exactement.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Construire le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (d), sachant que A est à 2 cm de (d), B à 3 cm et C sur (d).

Le point A

On trace la perpendiculaire à (d) passant par A, elle coupe (d) en H. On place A' sur cette perpendiculaire, de l'autre côté, avec $HA' = HA = 2$ cm.

Le point B

Même travail : perpendiculaire à (d) passant par B, puis report de 3 cm de l'autre côté. On obtient B'.

Le point C

C appartient à l'axe : sa distance à l'axe est nulle, donc $C' = C$. Un point de l'axe est son propre symétrique.

Le triangle

On relie A', B' et C : le triangle $A'B'C$ est le symétrique de ABC par rapport à (d).

Conclusion. Le triangle $A'B'C$ est le symétrique de ABC : il a exactement les mêmes longueurs et les mêmes angles, mais il est retourné.

Les erreurs à ne pas faire

Tracer la droite de report « à l'œil » au lieu d'utiliser l'équerre : la perpendicularité est indispensable.

Oublier qu'un point situé **sur l'axe** ne bouge pas.

Relier les points dans le désordre : l'ordre des sommets doit être respecté, sinon la figure obtenue n'est pas la bonne.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Le point M est à $4{,}5$ cm de l'axe (d). À quelle distance de (d) se trouve son symétrique M' ?

   Voir le corrigé

   La symétrie axiale conserve les distances à l'axe : le symétrique est à la même distance, de l'autre côté.

   M' est à $4{,}5$ **cm** de (d), et la distance MM' vaut 9 cm.

2. **Exercice 2**

   Le segment $[AB]$ mesure 6 cm et l'angle $\widehat{ABC}$ mesure $40[?][?]$. Que valent $A'B'$ et $\widehat{A'B'C'}$ après symétrie ?

   Voir le corrigé

   La symétrie axiale conserve les longueurs et les mesures d'angles.

   Donc $A'B' = 6$ cm et $\widehat{A'B'C'} = 40[?][?]$.

3. **Exercice 3**

   Combien d'axes de symétrie possède un rectangle non carré ? Et un carré ?

   Voir le corrigé

Le rectangle a **2 axes** : les deux médiatrices de ses côtés. Attention, ses diagonales ne sont pas des axes de symétrie.

Le carré en a **4** : les deux médiatrices des côtés et les deux diagonales.

Questions fréquentes

Qu'est-ce que la symétrie axiale conserve ?

Elle conserve les **longueurs**, les **mesures d'angles**, les **aires**, l'alignement, le parallélisme et le milieu. Une figure et son symétrique sont superposables par pliage : seul le sens est inversé, comme dans un miroir.

Comment vérifier une construction sans plier la feuille ?

On contrôle deux choses sur un ou deux points : la droite qui relie un point à son symétrique doit être perpendiculaire à l'axe, et l'axe doit couper ce segment en son milieu. Autrement dit, **l'axe est la médiatrice** du segment $[AA']$.