Comment calculer une quatrième proportionnelle ?

LA RÉPONSE COURTE

Quand trois valeurs d'un tableau de proportionnalité sont connues, on trouve la quatrième par le **produit en croix** : $\frac{a}{b}=\frac{c}{x}$ donne $x=\frac{b\times c}{a}$. Le passage par l'unité conduit au même résultat.

La méthode en 5 étapes

1. **Construire le tableau**

   Deux lignes, avec les mêmes grandeurs dans chaque ligne. C'est l'étape qui évite la plupart des erreurs : chaque colonne doit associer deux valeurs qui vont ensemble.

2. **Placer l'inconnue**

   On note x la case cherchée et on repère les trois valeurs connues.

3. **Écrire l'égalité des rapports**

   On écrit l'égalité de deux fractions en gardant le même sens de lecture pour les deux colonnes.

4. **Appliquer le produit en croix**

   On multiplie les deux nombres **en diagonale** de l'inconnue, puis on divise par le troisième.

5. **Vérifier l'ordre de grandeur**

   Si la quantité augmente, le prix doit augmenter dans la même proportion. Un résultat incohérent signale une colonne mal remplie.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

7 kg de pommes coûtent $16{,}80$ €. Combien coûtent 11 kg ?

Tableau

Masse : 7 et 11. Prix : $16{,}80$ et x.

Égalité

$$\frac{16{,}80}{7}=\frac{x}{11}$$

Produit en croix

$7x=16{,}80\times 11=184{,}80$, donc $x=\frac{184{,}80}{7}=26{,}40$.

Contrôle

Par l'unité : 1 kg coûte $16{,}80 \div 7 = 2{,}40$ €, donc 11 kg coûtent $11 \times 2{,}40 = 26{,}40$ €. Même résultat.

Conclusion. 11 kg de pommes coûtent $26{,}40$ €.

Les erreurs à ne pas faire

Croiser les mauvaises valeurs : on multiplie les deux nombres *opposés* à l'inconnue, et on divise par celui qui est en face d'elle.

Mélanger les unités dans une même ligne : des heures d'un côté, des minutes de l'autre.

Appliquer la proportionnalité à une situation qui n'en est pas une (frais fixes, tarif dégressif, âge et taille).

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Une voiture consomme $6{,}5$ L aux 100 km. Quelle quantité consomme-t-elle sur 250 km ?

   Voir le corrigé

   $\frac{6{,}5}{100} = \frac{x}{250}$, donc $x = \frac{6{,}5 \times 250}{100} = 16{,}25$.
   Elle consomme $16{,}25$ **L**.

2. **Exercice 2**

   Sur une carte à l'échelle $1/25\,000$, deux villages sont distants de 8 cm. Quelle est la distance réelle en km ?

   Voir le corrigé

   L'échelle signifie que 1 cm sur la carte représente $25\,000$ cm en réalité.
   $8 \times 25\,000 = 200\,000$ cm $= 2\,000$ m $= 2$ km.

3. **Exercice 3**

   Un robinet remplit 45 L en 6 minutes. Combien de temps faut-il pour remplir une cuve de 300 L ?

   Voir le corrigé

   $\frac{6}{45} = \frac{t}{300}$, donc $t = \frac{6 \times 300}{45} = \frac{1800}{45} = 40$.
   Il faut 40 **minutes**.

Questions fréquentes

Produit en croix ou passage par l'unité ?

Les deux donnent le même résultat. Le passage par l'unité est plus parlant quand la division tombe juste (prix au kilo, vitesse en km/h) ; le produit en croix est plus sûr quand les nombres sont compliqués, car il évite un arrondi intermédiaire.

Comment savoir si la situation est proportionnelle ?

On se demande si doubler la première grandeur double la seconde. C'est vrai pour un prix au kilo, faux pour un abonnement avec frais d'inscription. Quand un énoncé parle de « tarif fixe » ou de « forfait », la proportionnalité est presque toujours rompue.