Comment calculer une probabilité avec un tableau ?

LA RÉPONSE COURTE

On lit les effectifs dans le tableau croisé, puis $P(A)=\frac{\text{effectif de } A}{\text{effectif total}}$. Pour une réunion, on applique $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ afin de ne pas compter deux fois l'intersection.

La méthode en 5 étapes

1. **Compléter le tableau**

   On remplit d'abord toutes les cases, y compris les totaux de lignes et de colonnes. Le total général se lit dans le coin.

2. **Traduire les événements**

   « A et B » correspond à l'**intersection** $A\cap B$: une seule case du tableau. « A ou B » correspond à la **réunion** $A\cup B$, qui est plus large.

3. **Calculer les probabilités simples**

   Effectif de l'événement divisé par l'effectif total, lu dans les marges du tableau.

4. **Appliquer la formule de la réunion**

   $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$. Le terme soustrait corrige le double comptage de la case commune.

5. **Contrôler le résultat**

   Toute probabilité est comprise entre 0 et 1, et $P(A\cup B)$ est toujours supérieure ou égale à $P(A)$ et à $P(B)$.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Sur 200 élèves : 120 font de l'anglais, 80 de l'espagnol, et 30 font les deux. On choisit un élève au hasard. Calculer la probabilité qu'il fasse de l'anglais ou de l'espagnol.

Les événements

A : « l'élève fait de l'anglais » ; E : « l'élève fait de l'espagnol ».

Probabilités simples

$P(A)=\frac{120}{200}=0{,}6$ et $P(E)=\frac{80}{200}=0{,}4$.

Intersection

$P(A \cap E) = \frac{30}{200} = 0{,}15$.

Réunion

$P(A \cup E) = 0{,}6 + 0{,}4 - 0{,}15 = 0{,}85$.

Conclusion. La probabilité qu'un élève fasse de l'anglais ou de l'espagnol vaut $0{,}85$. Sans la soustraction, on aurait trouvé 1, ce qui aurait signifié à tort que tous les élèves suivent au moins une de ces deux langues.

Les erreurs à ne pas faire

Additionner les probabilités sans retirer l'intersection : on compte deux fois les élèves qui font les deux langues.

Confondre « et » (intersection, une seule case) et « ou » (réunion, plus large).

Diviser par un effectif de ligne au lieu de l'effectif total quand l'énoncé ne parle pas de sous-population.

Obtenir une probabilité supérieure à 1, signe certain d'une erreur de comptage.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Dans un groupe de 50 personnes, 28 ont un chien, 22 un chat et 10 les deux. Quelle est la probabilité qu'une personne choisie au hasard ait un chien ou un chat ?

   Voir le corrigé

   $P(C) = \frac{28}{50}$, $P(Ch) = \frac{22}{50}$, $P(C \cap Ch) = \frac{10}{50}$.

   $P(C \cup Ch) = \frac{28 + 22 - 10}{50} = \frac{40}{50} = 0{,}8$.

2. **Exercice 2**

   Avec les mêmes données, quelle est la probabilité de n'avoir ni chien ni chat ?

   Voir le corrigé

   C'est l'événement contraire de « chien ou chat » : $1 - 0{,}8 = 0{,}2$.

   Soit 10 personnes sur 50.

3. **Exercice 3**

   On tire une carte dans un jeu de 32. Quelle est la probabilité d'obtenir un roi ou un cœur ?

   Voir le corrigé

   $P(\text{roi}) = \frac{4}{32}$, $P(\text{c[?][?]ur}) = \frac{8}{32}$, et le roi de cœur appartient aux deux :

$P(\text{roi} \cap \text{c[?][?]ur}) = \frac{1}{32}$.

$P = \frac{4+8-1}{32} = \frac{11}{32} \approx 0{,}34$.

Questions fréquentes

Que signifie « événements incompatibles » ?

Que les deux événements ne peuvent pas se produire en même temps : leur intersection est vide, donc $P(A \cap B) = 0$ et la formule se simplifie en $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Obtenir un roi et obtenir une dame en un seul tirage sont incompatibles ; obtenir un roi et obtenir un cœur ne le sont pas.

Comment utiliser l'événement contraire ?

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$. C'est souvent bien plus rapide, en particulier pour les événements du type « au moins un » : on calcule la probabilité de « aucun » et on la retranche à 1.