Comment calculer une probabilité ?

LA RÉPONSE COURTE

Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement vaut $\frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre d'issues possibles}}$. Le résultat est toujours compris entre 0 et 1.

La méthode en 5 étapes

1. **Lister les issues possibles**

   On décrit l'expérience et on compte **toutes** les issues : 6 faces pour un dé, 52 cartes pour un jeu, le nombre total de boules dans une urne.

2. **Vérifier l'équiprobabilité**

   La formule suppose que toutes les issues ont la même chance. C'est le cas d'un dé équilibré ou d'un tirage au hasard, pas d'un dé pipé.

3. **Compter les issues favorables**

   On compte celles qui réalisent l'événement demandé.

4. **Écrire le quotient et simplifier**

   $P(\text{A}) = \frac{\text{favorables}}{\text{possibles}}$, sous forme de fraction irréductible, de décimal ou de pourcentage.

5. **Penser à l'événement contraire**

   Quand l'événement est du type « au moins un », il est souvent plus rapide de calculer son contraire : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Une urne contient 5 boules rouges, 3 boules vertes et 2 boules bleues, indiscernables au toucher. On en tire une au hasard. Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ? Une boule qui ne soit pas rouge ?

Issues possibles

$5+3+2=10$ boules : il y a 10 issues, toutes équiprobables car les boules sont indiscernables.

Boule verte

3 issues favorables, donc $P(\text{verte}) = \frac{3}{10} = 0{,}3$.

Pas rouge : par le contraire

$P(\text{rouge}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, donc $P(\text{pas rouge}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Contrôle

Vérification directe : $3+2=5$ boules non rouges sur 10, soit $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$. Les deux méthodes concordent.

Conclusion. $P(\text{verte})=\frac{3}{10}=0{,}3$ et $P(\text{pasrouge})=\frac{1}{2}=0{,}5$.

Les erreurs à ne pas faire

Mettre le nombre d'issues favorables au dénominateur : le total est toujours en bas.

Trouver une probabilité supérieure à 1 ou négative : c'est impossible, et cela signale une erreur de comptage.

Oublier une catégorie d'issues dans le total.

Croire qu'après cinq « pile », « face » devient plus probable : chaque lancer est indépendant.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   On lance un dé équilibré à six faces. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ? Un nombre supérieur ou égal à 5 ?

   Voir le corrigé

   Issues possibles : 6. Nombres pairs : 2, 4, 6, soit 3 issues favorables, donc $P=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

   Nombres supérieurs ou égaux à 5 : 5 et 6, donc $P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

2. **Exercice 2**

   Dans un jeu de 32 cartes, on tire une carte au hasard. Quelle est la probabilité d'obtenir un cœur ? Un roi ?

   Voir le corrigé

   Il y a 8 cœurs sur 32 cartes : $P(\text{c[?][?]ur})=\frac{8}{32}=\frac{1}{4}$.

   Il y a 4 rois : $P(\text{roi})=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$.

3. **Exercice 3**

   Une roue comporte 12 secteurs identiques numérotés de 1 à 12. Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ? Et de ne pas en obtenir ?

   Voir le corrigé

   Multiples de 3 : 3, 6, 9, 12, soit 4 issues favorables. $P=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

Événement contraire : $P = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Questions fréquentes

Que signifie une probabilité de 0 ou de 1 ?

Une probabilité de 0 désigne un événement **impossible** (obtenir un 7 avec un dé à six faces), une probabilité de 1 un événement **certain** (obtenir un nombre inférieur à 10). Toutes les autres probabilités se situent entre ces deux bornes.

Quel rapport entre probabilité et fréquence ?

Si on répète l'expérience un très grand nombre de fois, la fréquence observée se rapproche de la probabilité théorique : c'est la loi des grands nombres. Sur 20 lancers de dé, obtenir cinq fois le 6 n'a rien d'anormal ; sur $10\,000$ lancers, la fréquence sera très proche de $\frac{1}{6}$.