# Comment calculer une longueur avec le théorème de Thalès ?

**LA RÉPONSE COURTE**

Dans une configuration de Thalès (deux droites sécantes coupées par deux parallèles), les longueurs sont proportionnelles : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. On choisit les deux rapports utiles, et on termine par un produit en croix.

## La méthode en 5 étapes

1. **Vérifier la configuration**

   Il faut **deux droites sécantes** en un point, coupées par **deux droites parallèles**. Le parallélisme doit être donné par l'énoncé ou démontré : sans lui, pas de Thalès.

2. **Repérer le sommet commun**

   C'est le point d'intersection des deux droites, souvent nommé $A$. Toutes les longueurs des rapports partent de ce point.

3. **Écrire les trois rapports**

   On écrit $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ en respectant l'ordre : petit triangle au numérateur, grand triangle au dénominateur, toujours dans le même sens.

4. **Ne garder que les deux rapports utiles**

   On sélectionne l'égalité qui contient trois longueurs connues et l'inconnue.

5. **Produit en croix**

   De $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ on tire $x = \frac{b \times c}{a}$. On calcule, puis on arrondit si nécessaire et on donne l'unité.

## Un exemple entièrement résolu

**Énoncé**

Les points $A$, $M$, $B$ et $A$, $N$, $C$ sont alignés dans cet ordre, et $(MN)$ est parallèle à $(BC)$. On donne $AM = 3$ cm, $AB = 7{,}5$ cm et $AN = 4$ cm. Calculer $AC$.

**Configuration**

Les droites $(AB)$ et $(AC)$ sont sécantes en $A$, et $(MN) \parallel (BC)$ : on est bien dans une configuration de Thalès.

**Les rapports**

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

**Sélection**

On garde $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$, c'est-à-dire $\frac{3}{7{,}5}=\frac{4}{AC}$.

**Produit en croix**

$3\times AC=7{,}5\times 4=30$, donc $AC=\frac{30}{3}=10$ cm.

**Conclusion.** $AC=10$ cm. Contrôle : $AC$ doit être plus grand que $AN=4$ cm, ce qui est bien le cas.

## Les erreurs à ne pas faire

Écrire les rapports dans le désordre, en mélangeant petit et grand triangle d'un rapport à l'autre.

Utiliser Thalès sans parallèles : c'est l'hypothèse essentielle, elle doit être écrite dans la rédaction.

Confondre $AB$ et $MB$ : les longueurs des rapports partent toutes du sommet commun $A$.

Oublier de vérifier la vraisemblance : dans le petit triangle, les longueurs sont plus courtes.

## 3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Dans une configuration de Thalès de sommet $A$, $AM=2$ cm, $AB=6$ cm, $MN=3$ cm. Calculer $BC$.

   **Voir le corrigé**

   $\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}$, soit $\frac{2}{6}=\frac{3}{BC}$.
   Produit en croix : $2\times BC=18$, donc $BC=9$ cm.

2. **Exercice 2**

   $AM=4{,}2$ cm, $AB=7$ cm et $AC=10$ cm. Calculer $AN$.

   **Voir le corrigé**

   $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$, soit $\frac{4{,}2}{7}=\frac{AN}{10}$.
   $7\times AN=42$, donc $AN=6$ cm.

3. **Exercice 3**

   Un arbre projette une ombre de $9$ m. Au même moment, un piquet de $1{,}5$ m projette une ombre de $2$ m. Quelle est la hauteur de l'arbre ?

   **Voir le corrigé**

Les rayons du soleil étant parallèles, les deux triangles rectangles sont en configuration de Thalès : $\frac{h}{1{,}5} = \frac{9}{2}$.

$2h = 13{,}5$, donc $h = 6{,}75$ m.

L'arbre mesure $6{,}75$ **m**.

## Questions fréquentes

### Comment rédiger l'application du théorème ?

On cite les hypothèses avant le calcul : « Les points $A$, $M$, $B$ d'une part et $A$, $N$, $C$ d'autre part sont alignés, et $(MN)$ est parallèle à $(BC)$. D'après le théorème de Thalès, $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$. » Sans les hypothèses, la démonstration est incomplète.

### Et la configuration en papillon ?

C'est la même chose lorsque les deux parallèles se trouvent de part et d'autre du sommet commun : la figure ressemble à deux triangles pointe contre pointe. Les rapports s'écrivent exactement de la même façon, en partant toujours du sommet commun.