Comment calculer une longueur avec le théorème de Pythagore ?

LA RÉPONSE COURTE

Dans un triangle rectangle, $\text{hypot[?][?]nuse}^2 = \text{c[?][?]t[?][?]}^2 + \text{c[?][?]t[?][?]}^2$. Pour trouver l'hypoténuse, on **additionne** les carrés ; pour trouver un côté de l'angle droit, on **soustrait**. On termine par une racine carrée.

La méthode en 5 étapes

1. **Vérifier que le triangle est rectangle**

   Le théorème ne s'applique que dans un triangle rectangle : l'énoncé ou le codage doit l'indiquer. On précise toujours où se trouve l'angle droit.

2. **Identifier l'hypoténuse**

   C'est le côté **opposé à l'angle droit**, toujours le plus long. Se tromper d'hypoténuse fausse tout le calcul.

3. **Écrire l'égalité de Pythagore**

   Dans un triangle rectangle en A : $BC^2 = AB^2 + AC^2$, où $[BC]$ est l'hypoténuse.

4. **Remplacer et calculer**

   On remplace les longueurs connues, puis on isole le carré cherché : on additionne s'il s'agit de l'hypoténuse, on soustrait s'il s'agit d'un côté de l'angle droit.

5. **Prendre la racine carrée**

   On obtient la longueur avec $\sqrt{\ }$, et on arrondit si l'énoncé le demande, sans oublier l'unité.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Un triangle ABC est rectangle en A avec $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm. Calculer BC. Puis, dans un triangle DEF rectangle en D avec $EF = 13$ cm et $DE = 5$ cm, calculer DF.

Le premier triangle

L'angle droit est en A, donc l'hypoténuse est $[BC]$: $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Calcul

$BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, donc $BC = \sqrt{100} = 10$ cm.

Le second triangle

L'angle droit est en D, donc l'hypoténuse est $[EF]$, qui est déjà connue. On cherche un

côté de l'angle droit : $EF^2 = DE^2 + DF^2$.

On isole

$13^2 = 5^2 + DF^2$, soit $169 = 25 + DF^2$, donc $DF^2 = 169 - 25 = 144$ et $DF = \sqrt{144} = 12$ cm.

Conclusion. $BC = 10$ cm et $DF = 12$ cm.

Les erreurs à ne pas faire

Additionner alors qu'il faut soustraire : on n'additionne que pour trouver l'**hypoténuse**.

Confondre BC^2 et BC : le calcul donne le carré, il reste à prendre la racine carrée.

Oublier l'unité, ou la mettre au carré : une longueur s'exprime en cm, pas en cm².

Appliquer le théorème à un triangle qui n'est pas rectangle.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Un triangle MNP est rectangle en N, $MN = 9$ cm et $NP = 12$ cm. Calculer MP.

   Voir le corrigé

   L'hypoténuse est $[MP]$: $MP^2 = MN^2 + NP^2 = 81 + 144 = 225$.

   $MP = \sqrt{225} = 15$ cm.

2. **Exercice 2**

   Une échelle de 5 m est appuyée contre un mur, son pied est à $1{,}4$ m du mur. À quelle hauteur touche-t-elle le mur ? Arrondir au centimètre.

   Voir le corrigé

   Le mur, le sol et l'échelle forment un triangle rectangle dont l'échelle est l'hypoténuse : $5^2 = 1{,}4^2 + h^2$.

   $h^2 = 25 - 1{,}96 = 23{,}04$, donc $h = \sqrt{23{,}04} = 4{,}8$ m exactement.

   L'échelle touche le mur à $4{,}80$ **m** de hauteur.

3. **Exercice 3**

   Un rectangle mesure 7 cm sur 24 cm. Calculer la longueur de sa diagonale.

   Voir le corrigé

   La diagonale partage le rectangle en deux triangles rectangles dont elle est l'hypoténuse.

   $d^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$, donc $d = \sqrt{625} = 25$ cm.

Questions fréquentes

Comment reconnaître l'hypoténuse à coup sûr ?

C'est le côté qui ne touche pas l'angle droit, autrement dit celui dont les deux lettres sont différentes du sommet de l'angle droit. Dans un triangle rectangle en A, l'hypoténuse est $[BC]$. C'est aussi toujours le plus long des trois côtés.

Que faire si la racine carrée ne tombe pas juste ?

On garde la valeur exacte sous forme de racine, par exemple $BC = \sqrt{52}$ cm, puis on donne la valeur approchée demandée, ici $BC \approx 7{,}2$ cm. On écrit alors le symbole $\approx$ et non $=$.