

Comment calculer une longueur avec le théorème de Pythagore ?

LA RÉPONSE COURTE

Dans un triangle rectangle, $\text{hypoténuse}^2 = \text{côté}_1^2 + \text{côté}_2^2$. Pour trouver l'hypoténuse, on **additionne** les carrés ; pour trouver un côté de l'angle droit, on **soustrait**. On termine par une racine carrée.

La méthode en 5 étapes

1. Vérifier que le triangle est rectangle

Le théorème ne s'applique que dans un triangle rectangle : l'énoncé ou le codage doit l'indiquer. On précise toujours où se trouve l'angle droit.

2. Identifier l'hypoténuse

C'est le côté **opposé à l'angle droit**, toujours le plus long. Se tromper d'hypoténuse fausse tout le calcul.

3. Écrire l'égalité de Pythagore

Dans un triangle rectangle en A : $BC^2 = AB^2 + AC^2$, où $[BC]$ est l'hypoténuse.

4. Remplacer et calculer

On remplace les longueurs connues, puis on isole le carré cherché : on additionne s'il s'agit de l'hypoténuse, on soustrait s'il s'agit d'un côté de l'angle droit.

5. Prendre la racine carrée

On obtient la longueur avec $\sqrt{\quad}$, et on arrondit si l'énoncé le demande, sans oublier l'unité.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Un triangle ABC est rectangle en A avec $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm. Calculer BC .
Puis, dans un triangle DEF rectangle en D avec $EF = 13$ cm et $DE = 5$ cm, calculer DF .

Le premier triangle

L'angle droit est en A , donc l'hypoténuse est $[BC]$: $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

Calcul

$BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, donc $BC = \sqrt{100} = 10$ cm.

Le second triangle

L'angle droit est en D , donc l'hypoténuse est $[EF]$, qui est déjà connue. On cherche un

côté de l'angle droit : $EF^2 = DE^2 + DF^2$.

On isole

$13^2 = 5^2 + DF^2$, soit $169 = 25 + DF^2$, donc $DF^2 = 169 - 25 = 144$ et $DF = \sqrt{144} = 12$ cm.

Conclusion. $BC = 10$ cm et $DF = 12$ cm.

Les erreurs à ne pas faire

Additionner alors qu'il faut soustraire : on n'additionne que pour trouver l'**hypoténuse**.

Confondre BC^2 et BC : le calcul donne le carré, il reste à prendre la racine carrée.

Oublier l'unité, ou la mettre au carré : une longueur s'exprime en cm, pas en cm^2 .

Appliquer le théorème à un triangle qui n'est pas rectangle.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. Exercice 1

Un triangle MNP est rectangle en N , $MN = 9$ cm et $NP = 12$ cm. Calculer MP .

Voir le corrigé

L'hypoténuse est $[MP]$: $MP^2 = MN^2 + NP^2 = 81 + 144 = 225$.

$MP = \sqrt{225} = 15$ cm.

2. Exercice 2

Une échelle de 5 m est appuyée contre un mur, son pied est à 1,4 m du mur. À quelle hauteur touche-t-elle le mur ? Arrondir au centimètre.

Voir le corrigé

Le mur, le sol et l'échelle forment un triangle rectangle dont l'échelle est l'hypoténuse :
 $5^2 = 1,4^2 + h^2$.

$h^2 = 25 - 1,96 = 23,04$, donc $h = \sqrt{23,04} = 4,8$ m exactement.

L'échelle touche le mur à 4,80 m de hauteur.

3. Exercice 3

Un rectangle mesure 7 cm sur 24 cm. Calculer la longueur de sa diagonale.

Voir le corrigé

La diagonale partage le rectangle en deux triangles rectangles dont elle est l'hypoténuse.

$d^2 = 7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625$, donc $d = \sqrt{625} = 25$ cm.

Questions fréquentes

Comment reconnaître l'hypoténuse à coup sûr ?

C'est le côté qui ne touche pas l'angle droit, autrement dit celui dont les deux lettres sont différentes du sommet de l'angle droit. Dans un triangle rectangle en A , l'hypoténuse est $[BC]$. C'est aussi toujours le plus long des trois côtés.

Que faire si la racine carrée ne tombe pas juste ?

On garde la valeur exacte sous forme de racine, par exemple $BC = \sqrt{52}$ cm, puis on donne la valeur approchée demandée, ici $BC \approx 7,2$ cm. On écrit alors le symbole $\approx$ et non $=$.