Comment calculer une image et un antécédent ?

LA RÉPONSE COURTE

Pour une **image**, on remplace x par le nombre donné et on calcule : c'est direct. Pour un **antécédent**, on connaît le résultat et on cherche x : il faut résoudre une équation.

La méthode en 5 étapes

1. **Repérer ce qui est demandé**

   « Image de 3 » : on donne $x=3$ et on calcule $f(3)$. « Antécédent de 3 » : on cherche x tel que $f(x)=3$. Les deux questions sont inverses l'une de l'autre.

2. **Calculer une image**

   On remplace x par la valeur, avec des parenthèses si le nombre est négatif, puis on effectue le calcul en respectant les priorités.

3. **Calculer un antécédent**

   On pose l'équation $f(x)=$ valeur, et on la résout.

4. **Lire sur une courbe**

   Image : on part de x sur l'axe horizontal, on monte jusqu'à la courbe, on lit l'ordonnée. Antécédent : on part de y sur l'axe vertical, on rejoint la courbe, on lit l'abscisse. Attention, il peut y avoir **plusieurs antécédents**.

5. **Rédiger avec la bonne notation**

   $f(3)=11$ se lit « l'image de 3 par f est 11 », ou « 3 a pour image 11 ».

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Soit f la fonction définie par $f(x)=3x+2$. Calculer l'image de -4, puis l'antécédent de 17.

Image

On remplace x par -4 : $f(-4)=3\times(-4)+2$.

Calcul

$f(-4)=-12+2=-10$. L'image de -4 est -10.

Antécédent

On cherche x tel que $f(x)=17$, c'est-à-dire $3x+2=17$.

Résolution

$3x = 15$, donc $x = 5$. Vérification : $f(5) = 15 + 2 = 17$.

Conclusion. L'image de -4 est -10, et l'antécédent de 17 est 5.

Les erreurs à ne pas faire

Confondre image et antécédent : l'image se calcule, l'antécédent se cherche par une équation.

Oublier les parenthèses en remplaçant un nombre négatif : $f(-4) = 3\times(-4)+2$, pas $3\times-4+2$ écrit à la va-vite.

Croire qu'un nombre n'a qu'un seul antécédent : une parabole donne souvent deux antécédents pour une même valeur.

Inverser les axes lors d'une lecture graphique.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Soit $g(x) = x^2 - 5$. Calculer $g(0)$, $g(3)$ et $g(-3)$.

   Voir le corrigé

   $g(0) = 0 - 5 = -5$.
   $g(3) = 9 - 5 = 4$.
   $g(-3) = (-3)^2 - 5 = 9 - 5 = 4$: deux nombres différents peuvent avoir la même image.

2. **Exercice 2**

   Soit $h(x) = 5x - 8$. Déterminer l'antécédent de 12.

   Voir le corrigé

   On résout $5x - 8 = 12$, soit $5x = 20$ et $x = 4$.
   L'antécédent de 12 est 4. Vérification : $h(4) = 20 - 8 = 12$.

3. **Exercice 3**

   Soit $f(x) = x^2$. Quels sont les antécédents de 25 ? Et ceux de -4 ?

   Voir le corrigé

   $x^2 = 25$ donne $x = 5$ ou $x = -5$: il y a **deux antécédents**.
   $x^2 = -4$ n'a aucune solution, car un carré est toujours positif : -4 n'a **aucun antécédent**.

Questions fréquentes

Comment lire un tableau de valeurs ?

La première ligne donne les x, la seconde les images. Pour une image, on cherche le nombre dans la **première** ligne et on lit en dessous ; pour un antécédent, on cherche dans la **seconde** ligne et on lit au-dessus. Le sens de lecture est la seule difficulté.

Un nombre peut-il avoir plusieurs images ?

Non, jamais : c'est la définition même d'une fonction, chaque nombre a au plus une image. En revanche, un nombre peut avoir plusieurs antécédents, ou aucun. Graphiquement, cela signifie qu'une verticale coupe la courbe au plus une fois, mais qu'une horizontale peut la couper plusieurs fois.