Comment calculer un angle avec la trigonométrie ?

LA RÉPONSE COURTE

On repère les deux côtés dont on connaît la longueur, ce qui désigne le rapport à utiliser : **CAH – SOH – TOA**. On écrit l'égalité, puis on retrouve l'angle avec la touche $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$.

La méthode en 5 étapes

1. **Placer l'angle de travail**

   On l'entoure sur la figure. Les côtés se nomment ensuite par rapport à lui : opposé, adjacent, hypoténuse.

2. **Repérer les deux côtés connus**

   Ce sont eux qui imposent le choix du rapport, pas l'inverse.

3. **Choisir le bon rapport**

   Cos $=\frac{[\textbf?]Adjacent}{[\textbf?]Hypot[?][?]nuse}$, **S**in $=\frac{[\textbf?]Oppos[?][?]}{[\textbf?]Hypot[?][?]nuse}$, **T**an $=\frac{[\textbf?]Oppos[?][?]}{[\textbf?]Adjacent}$.

4. **Écrire l'égalité et calculer le rapport**

   On obtient une valeur décimale, par exemple $\sin(\widehat{A})=0{,}6$.

5. **Utiliser la touche inverse**

   $\widehat{A}=\sin^{-1}(0{,}6)\approx 36{,}9[?][?]$, calculatrice en mode degré. On arrondit comme demandé.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Un triangle ABC est rectangle en B avec $AB=4$ cm et $BC=7$ cm. Calculer l'angle $\widehat{A}$ arrondi au degré.

Les côtés

Par rapport à $\widehat{A}$: $[BC]$ est le côté opposé, $[AB]$ le côté adjacent. L'hypoténuse $[AC]$ n'est pas connue.

Choix du rapport

Opposé et adjacent : c'est la **tangente**.

Égalité

$$\tan(\widehat{A})=\frac{BC}{AB}=\frac{7}{4}=1{,}75.$$

Touche inverse

$\widehat{A} = \tan^{-1}(1{,}75) \approx 60{,}26[?][?]$.

Conclusion. $\widehat{A} \approx 60[?][?]$ au degré près.

Les erreurs à ne pas faire

Choisir le rapport avant d'avoir regardé quels côtés sont connus.

Calculatrice en radians : on obtient alors un angle aberrant.

Confondre $\cos(\widehat{A})$ et $\cos^{-1}$: la touche inverse sert à passer du rapport à l'angle, jamais l'inverse.

Trouver un sinus ou un cosinus supérieur à 1 : impossible, c'est le signe d'une confusion entre hypoténuse et autre côté.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Dans un triangle rectangle en H, $GH = 6$ cm et $GI = 10$ cm avec $[GI]$ hypoténuse. Calculer $\widehat{G}$ au degré près.

   Voir le corrigé

   $[GH]$ est adjacent à $\widehat{G}$, $[GI]$ est l'hypoténuse : on utilise le cosinus.

   $\cos(\widehat{G}) = \frac{6}{10} = 0{,}6$, donc $\widehat{G} = \cos^{-1}(0{,}6) \approx 53[?][?]$.

2. **Exercice 2**

   Un triangle MNP est rectangle en N, $MP = 13$ cm (hypoténuse) et $NP = 5$ cm. Calculer $\widehat{M}$ au dixième de degré.

   Voir le corrigé

   $[NP]$ est opposé à $\widehat{M}$, $[MP]$ est l'hypoténuse : on utilise le sinus.

   $\sin(\widehat{M}) = \frac{5}{13} \approx 0{,}3846$, donc $\widehat{M} \approx 22{,}6[?][?]$.

3. **Exercice 3**

   Une route monte de 60 m sur une distance horizontale de 800 m. Quel angle fait-elle avec l'horizontale ?

   Voir le corrigé

   Opposé $= 60$ m, adjacent $= 800$ m : on utilise la tangente.

   $\tan(\alpha) = \frac{60}{800} = 0{,}075$, donc $\alpha = \tan^{-1}(0{,}075) \approx 4{,}3[?][?]$.

Questions fréquentes

Comment retenir CAH SOH TOA ?

Chaque groupe de trois lettres se lit « rapport = numérateur sur dénominateur » : **C**osinus = **A**djacent sur **H**ypoténuse, **S**inus = **O**pposé sur **H**ypoténuse, **T**angente = **O**pposé sur **A**djacent. Les deux premiers ont l'hypoténuse au dénominateur, la tangente ne l'utilise pas.

Quand utiliser Pythagore plutôt que la trigonométrie ?

Pythagore ne fait intervenir que des **longueurs** : trois côtés, aucun angle. Dès qu'un angle apparaît dans les données ou dans la question, c'est la trigonométrie qu'il faut. Certains exercices demandent les deux à la suite.