Comment calculer les coordonnées d'un vecteur ?

LA RÉPONSE COURTE

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ s'obtiennent par **arrivée moins départ** : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.

L'ordre compte : $\overrightarrow{BA}$ a les coordonnées opposées.

La méthode en 5 étapes

1. **Repérer le point de départ et le point d'arrivée**

   Dans $\overrightarrow{AB}$, A est l'origine du vecteur et B son extrémité. La flèche va de A vers B.

2. **Soustraire dans le bon sens**

   Abscisse : $x_B - x_A$. Ordonnée : $y_B - y_A$. Toujours l'arrivée d'abord.

3. **Écrire les coordonnées en colonne**

   On note $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, notation qui évite de confondre un vecteur et un point.

4. **Calculer la norme si besoin**

   $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{x^2+y^2}$: c'est la longueur AB, obtenue par le théorème de Pythagore.

5. **Combiner des vecteurs**

   On additionne ou soustrait coordonnée par coordonnée, et on multiplie chaque coordonnée par le nombre pour $k\vec{u}$.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Dans un repère, $A(-2;3)$ et $B(4;1)$. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, celles de $\overrightarrow{BA}$, et la distance AB.

Vecteur AB

$x = x_B - x_A = 4-(-2) = 6$ et $y = y_B - y_A = 1-3 = -2$.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$

Vecteur BA

$x = -2-4 = -6$ et $y = 3-1 = 2$: ce sont les coordonnées opposées.

$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$

Norme

$AB=\sqrt{6^2+(-2)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}$.

Valeur approchée

$\sqrt{40}=2\sqrt{10}\approx 6{,}32$.

Conclusion. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$ et $AB=2\sqrt{10}\approx 6{,}3$.

Les erreurs à ne pas faire

Soustraire dans le mauvais sens : $\overrightarrow{AB}$ n'est pas $\overrightarrow{BA}$, les coordonnées sont opposées.

Oublier les parenthèses avec des coordonnées négatives : $4-(-2)=6$, et non 2.

Confondre les coordonnées d'un point et celles d'un vecteur : un point se place, un vecteur se déplace.

Écrire la norme sans racine carrée.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   $C(1;-4)$ et $D(-3;2)$. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{CD}$ et la distance CD.

   Voir le corrigé

   $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-3-1\\2-(-4)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\6\end{pmatrix}$.

   $CD=\sqrt{16+36}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\approx 7{,}21$.

2. **Exercice 2**

   $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$. Calculer les coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$ et de $2\vec{u}-\vec{v}$.

   Voir le corrigé

   $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$.

   $2\vec{u}\begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix}$, donc $2\vec{u}-\vec{v}\begin{pmatrix}8\\-7\end{pmatrix}$.

3. **Exercice 3**

   $A(0;1)$, $B(5;3)$ et $C(2;-1)$. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

   Voir le corrigé

   $ABCD$ est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. Or $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$.

   Donc $2-x_D=5$ et $-1-y_D=2$, soit $x_D=-3$ et $y_D=-3$.

$D(-3;-3)$.

Questions fréquentes

Quelle différence entre un point et un vecteur ?

Un point a une position fixe dans le repère. Un vecteur décrit un **déplacement** : une direction, un sens et une longueur, sans point d'attache. Deux vecteurs de mêmes coordonnées sont égaux, même s'ils sont dessinés à des endroits différents.

Comment trouver le milieu d'un segment ?

Par la moyenne des coordonnées : $M\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$. C'est une **moyenne**, donc une addition, à ne pas confondre avec la soustraction qui donne les coordonnées d'un vecteur.