Comment calculer avec des puissances ?

LA RÉPONSE COURTE

Trois règles suffisent : $a^m \times a^n = a^{m+n}$, $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ et $(a^m)^n = a^{m \times n}$. Elles ne s'appliquent qu'entre puissances de **même base**. Un exposant négatif signifie l'inverse : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

La méthode en 5 étapes

1. **Vérifier que les bases sont identiques**

   Les règles ne fonctionnent qu'entre puissances d'un même nombre. $2^3 \times 5^3$ ne se simplifie pas avec ces formules ; on l'écrira plutôt $(2 \times 5)^3$.

2. **Produit : on additionne les exposants**

   $a^m \times a^n = a^{m+n}$. Par exemple $10^4 \times 10^{-6} = 10^{-2}$.

3. **Quotient : on soustrait les exposants**

   $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. Par exemple $\frac{3^7}{3^5} = 3^2 = 9$.

4. **Puissance de puissance : on multiplie**

   $(a^m)^n = a^{m \times n}$. Par exemple $(10^3)^4 = 10^{12}$.

5. **Conclure sous la forme demandée**

   Selon l'énoncé, on laisse la puissance, on donne l'écriture décimale, ou on met en notation scientifique.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Écrire sous la forme d'une seule puissance : $A = \frac{10^5 \times 10^{-3}}{10^{-4}}$ et $B = (2^3)^2 \times 2^{-4}$.

Numérateur de A

$10^5 \times 10^{-3} = 10^{5+(-3)} = 10^2$.

Quotient

$A = \frac{10^2}{10^{-4}} = 10^{2-(-4)} = 10^6$.

Puissance de puissance

$(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$.

Produit

$B = 2^6 \times 2^{-4} = 2^{6-4} = 2^2 = 4$.

Conclusion. $A = 10^6 = 1\,000\,000$ et $B = 2^2 = 4$.

Les erreurs à ne pas faire

Multiplier les exposants dans un produit : $10^3 \times 10^4$ vaut 10^7, pas 10^{12}.

Appliquer les règles à des bases différentes : $2^3 \times 3^2$ ne vaut ni 6^5 ni 6^6.

Croire que a^{-n} est négatif : $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$, un nombre positif.

Oublier que $a^0 = 1$ pour tout a non nul.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Écrire sous forme d'une seule puissance : $5^4 \times 5^3$; $\frac{7^9}{7^6}$; $(10^2)^5$.

   Voir le corrigé

   $5^4 \times 5^3 = 5^7$.
   $\frac{7^9}{7^6} = 7^3 = 343$.
   $(10^2)^5 = 10^{10}$.

2. **Exercice 2**

   Calculer $C = \frac{10^{-2} \times 10^6}{10^3}$ et donner son écriture décimale.

   Voir le corrigé

   Numérateur : $10^{-2+6} = 10^4$. Puis $\frac{10^4}{10^3} = 10^{4-3} = 10^1$.
   $C = 10$.

3. **Exercice 3**

   Écrire $D = \frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^4}$ sous forme d'une puissance, puis d'une fraction.

   Voir le corrigé

   Numérateur : $3^{5-2} = 3^3$. Puis $\frac{3^3}{3^4} = 3^{-1}$.
   $D = 3^{-1} = \frac{1}{3}$.

Questions fréquentes

Que vaut une puissance de 10 ?

10^n s'écrit 1 suivi de n zéros : $10^6 = 1\,000\,000$. Et 10^{-n} s'écrit $0{,}0\ldots01$ avec n chiffres après la virgule : $10^{-3} = 0{,}001$. C'est le socle de la notation scientifique.

Comment gérer $(-2)^4$ et -2^4 ?

Ce ne sont pas les mêmes nombres. $(-2)^4$ signifie $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = 16$: l'exposant pair rend le résultat positif. En revanche -2^4 signifie $-(2^4) = -16$, car sans parenthèses l'exposant ne porte que sur le 2.