Comment additionner des nombres relatifs ?

LA RÉPONSE COURTE

Si les deux nombres ont le **même signe**, on additionne les distances à zéro et on garde le signe. S'ils sont de **signes contraires**, on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande et on garde le signe du nombre le plus éloigné de zéro.

La méthode en 5 étapes

1. **Transformer les soustractions**

   Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé : $a-(-b)=a+b$ et $a-(+b)=a-b$. On commence toujours par n'avoir que des additions.

2. **Comparer les signes**

   Deux signes identiques ou deux signes contraires : c'est cette question qui décide de la règle à appliquer.

3. **Signes identiques : on additionne**

   $(-7)+(-5)=-12$: on additionne 7 et 5, et on garde le signe $-$.

4. **Signes contraires : on soustrait**

   $(-7)+(+5)$: on calcule $7-5=2$, et le résultat prend le signe de -7, le plus éloigné de zéro. Donc $(-7)+(+5)=-2$.

5. **Somme longue : regrouper**

   Dans une somme de plusieurs termes, on regroupe tous les positifs d'un côté, tous les négatifs de l'autre, puis on termine avec une seule addition de signes contraires.

Un exemple entièrement résolu

Énoncé

Calculer $A=(-8)+(+3)-(-6)-(+11)$.

Que des additions

$-(-6)$ devient $+6$ et $-(+11)$ devient -11 :
$A=(-8)+(+3)+(+6)+(-11)$

Regroupement

Positifs : $3+6=9$. Négatifs : $(-8)+(-11)=-19$ (signes identiques, on additionne les distances à zéro).

Dernière addition

$A=(+9)+(-19)$: signes contraires, on calcule $19-9=10$ et on garde le signe de -19.

Résultat

$A = -10$.

Conclusion. $A = -10$. On vérifie l'ordre de grandeur : les négatifs l'emportent largement, le résultat devait être négatif.

Les erreurs à ne pas faire

Appliquer la règle des signes de la multiplication à une addition : $(-3)+(-4)$ vaut -7, et non $+7$.

Oublier de transformer la soustraction : $5-(-2)$ vaut 7, pas 3.

Garder le signe du premier nombre écrit plutôt que celui du plus éloigné de zéro.

3 exercices pour s'entraîner

Cherche d'abord sur ton cahier, sans regarder l'exemple ; le corrigé se déplie ensuite.

1. **Exercice 1**

   Calculer : $(-12)+(-9)$; $(-15)+(+20)$; $(+7)-(+13)$.

   Voir le corrigé

   $(-12)+(-9) = -21$ (mêmes signes : $12+9$, signe $-$).
   $(-15)+(+20) = +5$ (signes contraires : $20-15$, signe de $+20$).
   $(+7)-(+13) = 7-13 = -6$.

2. **Exercice 2**

   Calculer $B = (-4)-(-9)+(-6)-(+2)$.

   Voir le corrigé

   On transforme : $B = (-4)+(+9)+(-6)+(-2)$.
   Positifs : 9. Négatifs : $(-4)+(-6)+(-2) = -12$. Puis $9-12 = -3$.
   $B = -3$.

3. **Exercice 3**

   À 6 h, il fait -7 °C. La température monte de 12 °C dans la journée, puis redescend de 5 °C la nuit. Quelle est la température finale ?

   Voir le corrigé

   $(-7)+(+12) = +5$ °C à la fin de la journée. Puis $(+5)+(-5) = 0$.
   La température finale est de 0 **°C**.

Questions fréquentes

Qu'appelle-t-on la distance à zéro ?

C'est le nombre lu sans son signe : la distance à zéro de -7 vaut 7, celle de $+7$ vaut aussi 7. On l'appellera plus tard la **valeur absolue**. Elle sert dans les deux règles d'addition : on additionne ou on soustrait des distances à zéro, jamais des nombres signés.

Peut-on changer l'ordre des termes ?

Oui, à condition de déplacer chaque nombre **avec son signe**. $(-8)+(+3)$ est égal à $(+3)+(-8)$. C'est exactement ce qui permet de regrouper les positifs entre eux et les négatifs entre eux dans une somme longue.