Limites usuelles de suites et de fonctions numériques.

M.hamraoui http://www.mathovore.fr

Suites

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{n\to+\infty} n^{\alpha} = +\infty$ si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{n\to+\infty} n^{\alpha} = 0$

Si $a > 1$, $\lim\limits_{n\to+\infty} a^{n} = +\infty$ si $0 < a < 1$, $\lim\limits_{n\to+\infty} a^{n} = 0$

Si $\alpha > 0$ et $a > 1$, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{a^{n}}{n^{\alpha}} = +\infty$

Fonctions

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^{x} = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{x} = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\alpha} = +\infty$ si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\alpha} = 0$

Croissances comparées à l'infinie

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{x}}{x} = +\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x} = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{x}}{x^{\alpha}} = +\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\alpha}e^{-x} = 0$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^{\alpha}} = 0$

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{x\to0} \ln x = -\infty$

Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{x\to0} x^{\alpha} = 0$ si $\alpha < 0$, $\lim\limits_{x\to0} x^{\alpha} = +\infty$

Comportement à l'origine de $ln(1+x)$, e^{x}, $sin(x)$ et $(1+x)^{\alpha}$

$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 1$ $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{x}-1}{x} = 1$ $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin(x)}{x} = 1$

$$\begin{cases} (1+x)^{\alpha} = 1 + \alpha x + x\varepsilon(x) \quad (\alpha \neq 0) \\ \lim\limits_{x\to0} \varepsilon(x) = 0 \end{cases}$$

Croissances comparées à l'origine

$\lim\limits_{x\to0} x\ln x = 0$ Si $\alpha > 0$, $\lim\limits_{x\to0} x^{\alpha}\ln x = 0$