

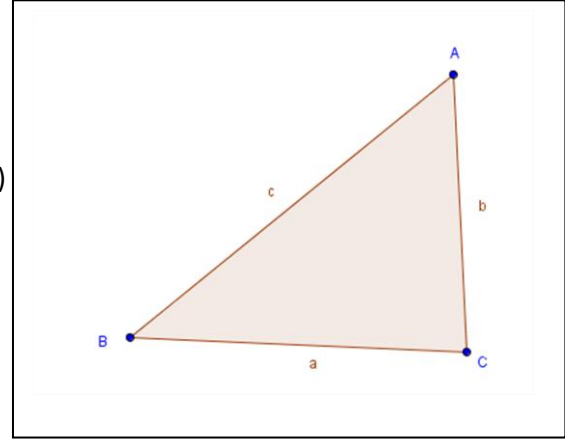
Les formules d'aire du triangle

Dans tout cet exercice :

- les longueurs des côtés du triangle ABC sont nommés a ; b et c : BC = a ; AC = b ; AB = c ;
- le demi-périmètre du triangle est noté p : $p = \frac{a + b + c}{2}$;
- R désigne le rayon du cercle circonscrit du triangle ABC.

Voici plusieurs formules permettant toutes de calculer l'aire d'un triangle quelle que soit sa nature (triangle rectangle ou non) :

- | | |
|---|---------------------|
| • $\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ | Formule n°1 (Héron) |
| • $\mathcal{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$ | Formule n°2 |
| • $\mathcal{A} = \frac{1}{2} a b \sin \widehat{ACB}$ | Formule n°3 |
| • $\mathcal{A} = \frac{1}{4} \sqrt{(a^2 + b^2 + c^2)^2 - 2(a^4 + b^4 + c^4)}$ | Formule n°4 |
| • $\mathcal{A} = \frac{a^2 \times \sin \widehat{ABC} \times \sin \widehat{ACB}}{2 \times \sin (\widehat{ABC} + \widehat{ACB})}$ | Formule n°5 |
| • $\mathcal{A} = \frac{abc}{4R}$ | Formule n°6 |



Toutes les longueurs sont exprimées en cm et les figures ne sont pas en vraie grandeur.

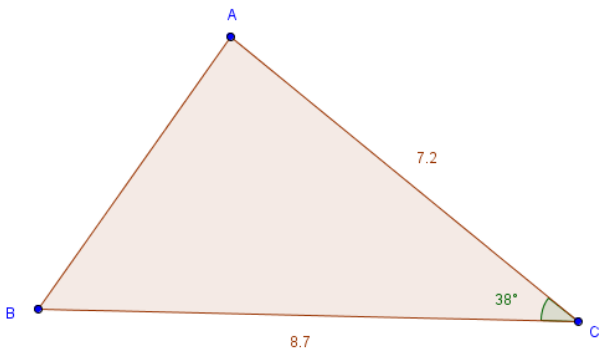
Les triangles A ; B ; C ; D ; E et F figurent sur l'annexe.

Sans chercher à calculer de nouvelles données, répondre aux questions suivantes.

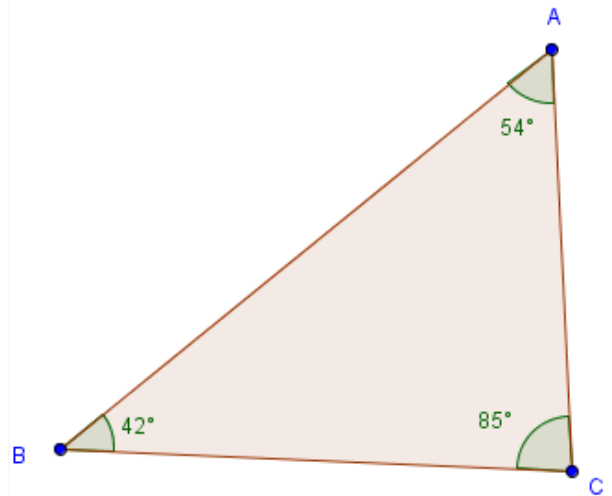
- 1) La formule n°2 est la formule la plus classique. Pour quels triangles permet-elle de calculer l'aire ? Justifie.
- 2) a) D'après les données disponibles pour le triangle A, quelle formule peut-on utiliser pour calculer son aire ?
b) Calcule l'aire du triangle A à 0,01 cm² près.
- 3) a) D'après les données disponibles pour le triangle C, quelle formule peut-on utiliser pour calculer son aire ?
b) Calcule l'aire du triangle C à 0,01 cm² près.
- 4) a) A l'aide de la formule de Héron, calcule la valeur exacte de l'aire du triangle D.
b) Donne l'aire du triangle D sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des nombres entiers, b le plus petit possible.
c) Quelle autre formule aurait-on pu utiliser pour calculer l'aire du triangle D ?
- 5) Pour quels triangles peut-on utiliser la formule n°4 pour calculer l'aire ? Justifie.
- 6) A l'aide de la formule n°3, calcule la mesure de l'angle \widehat{ACB} dans le triangle D.
- 7) A l'aide de la formule n°6, calcule R, le rayon du cercle circonscrit au triangle E. Détaille les étapes.
- 8) Tracer deux triangles différents vérifiant les données du triangle B. Ont-ils la même aire ? Que peut-on en déduire pour les données du triangle B et le calcul de l'aire ?

ANNEXE

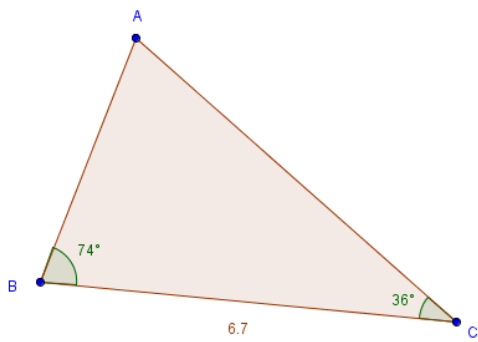
TRIANGLE A



TRIANGLE B

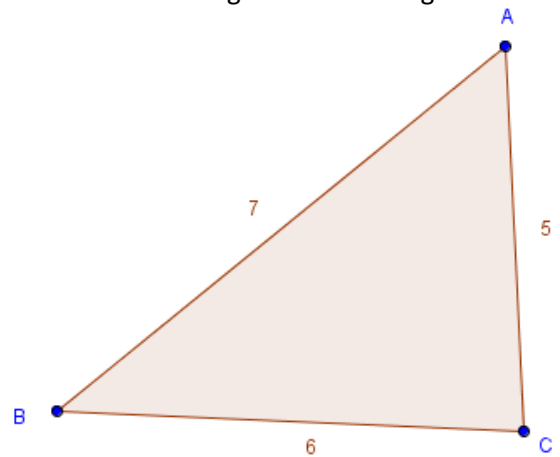


TRIANGLE C

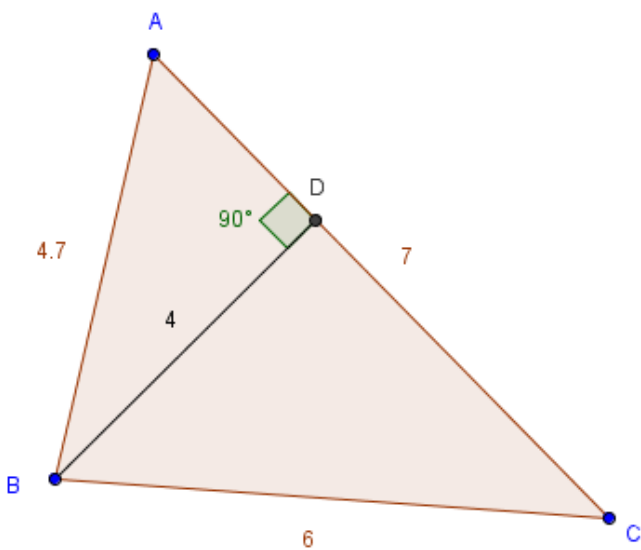


TRIANGLE D

N.B : Ce triangle n'a aucun angle droit.



TRIANGLE E



TRIANGLE F

