# Bac Maths 2021

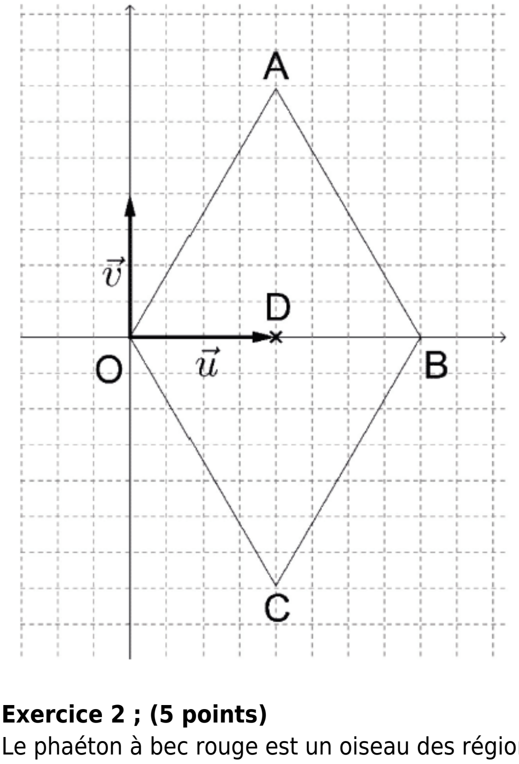
**B A C C A L A U R É AT G É N É R A L**
**SESSION 2021**
**MATHÉMATIQUES**
**Série : S**
**DURÉE DE L'ÉPREUVE : 4 heures. – COEFFICIENT : 7**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
Le sujet est composé de quatre exercices indépendants.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

**Exercice 1 : (5 points)**
1. On considère l'équation $(E): z^3=4z^2-8z+8$ ayant pour inconnue le nombre complexe .
a. Démontrer que, pour tout nombre complexe ,
$z^3-4z^2+8z-8=(z-2)(z^2-2z+4)$
b. Résoudre l'équation ().
c. Écrire les solutions de l'équation () sous forme exponentielle.

On munit le plan complexe d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.
Soit A, B, C et D les quatre points d'affixes respectives
$z_A=1+i\sqrt{3}; z_B=2; z_C=1-i\sqrt{3}; z_D=1$
Ces quatre points sont représentés dans la figure ci-dessous.
2. Quelle est la nature du quadrilatère OABC ? Justifier.
3. Soit M le point d'affixe $z_M=\frac{7}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4}$.
a. Démontrer que les points A,M et B sont alignés.
b. Démontrer que le triangle DMB est rectangle.

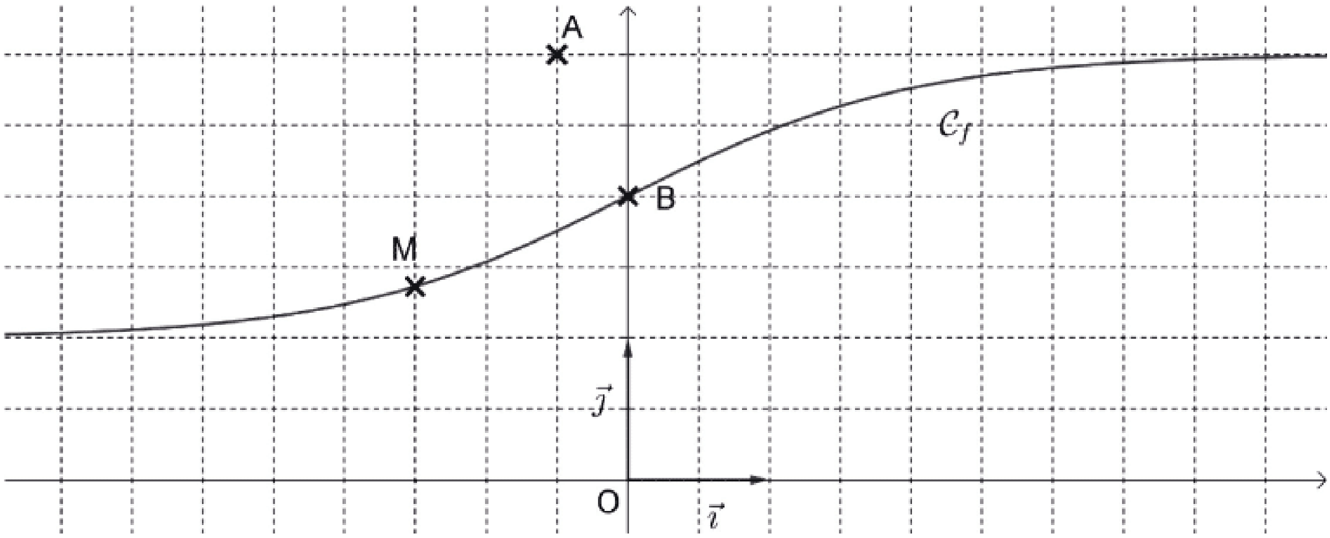



**Exercice 2 ; (5 points)**
Le phaéton à bec rouge est un oiseau des régions intertropicales.
1. Lorsque le phaéton à bec rouge vit dans un environnement pollué, sa durée de vie,

en année, est modélisée par une variable aléatoire suivant une loi normale d'espérance inconnue et d'écart-type = 0,95.
a. On considère la variable aléatoire définie par $Y=\frac{X-\mu}{0,95}$..
Donner sans justification la loi suivie par la variable .
b. On sait que $P(X\geq 4)=0,146$.
Démontrer que la valeur de arrondie à l'unité est 3.
2. Lorsque le phaéton à bec rouge vit dans un environnement sain, sa durée de vie, en année, est modélisée par une variable aléatoire .
Les courbes des fonctions de densité associées aux lois de et de sont représentées sur l'**ANNEXE à rendre avec la copie**.
a. Quelle est la courbe de la fonction de densité associée à ? Justifier.
b. Sur l'**ANNEXE à rendre avec la copie**, hachurer la zone du plan correspondant à $P(Z\geq 4)$.
On admettra par la suite que $P(Z\geq 4)=0,677$.
3. Une étude statistique portant sur une région donnée, a permis d'établir que 30 % des phaétons à bec rouge vivent dans un environnement pollué ; les autres vivent dans un environnement sain.
On choisit au hasard un phaéton à bec rouge vivant dans la région donnée.
On considère les événements suivants :
• : « le phaéton à bec rouge choisi vit dans un environnement sain » ;
• : « le phaéton à bec rouge choisi a une durée de vie d'au moins 4 ans ».
a. Compléter l'arbre pondéré illustrant la situation sur **l'ANNEXE à rendre avec la copie.**
b. Déterminer P(V). Arrondir le résultat au millième.
c. Sachant que le phaéton à bec rouge a une durée de vie d'au moins 4 ans, quelle est la probabilité qu'il vive dans un environnement sain ? Arrondir le résultat au millième.

**Exercice 3 : (5 points)**
**Partie A**
Soit g la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$, par
$g(x)=x^2+x+\frac{1}{4}+\frac{4}{(1+e^x)^2}$
On admet que la fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note g' sa fonction dérivée.
1. Déterminer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$.
2. On admet que la fonction g' est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et que g'(0) = 0.
Déterminer le signe de la fonction g' sur $\mathbb{R}$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction g et calculer le minimum de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

**Partie B**
Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
$f(x)=3-\frac{2}{1+e^x}$
On désigne par $C_f$ la courbe représentative de dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ représentée dans la figure ci-dessous.
Soit A le point de coordonnées $A(-\frac{1}{2};3)$.
1. Démontrer que le point B(0 ; 2) appartient à $C_f$.
2. Soit $x$ un réel quelconque.
On note M le point de la courbe $C_f$ de coordonnées $(x,f(x))$.
Démontrer que $AM^2=g(x)$.
3. On admet que la distance AM est minimale si et seulement si $AM^2$ est minimal.
Déterminer les coordonnées du point de la courbe $C_f$ tel que la distance AM est minimale.
4. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f ' sa fonction dérivée.
a. Calculer $f'(x)$ pour tout réel $x$.
b. Soit T la tangente à la courbe $C_f$ au point B.
Démontrer que l'équation réduite de T est $y=\frac{x}{2}+2$.
5. Démontrer que la droite T est perpendiculaire à la droite (AB).




**Exercice 4 : (5 points)**
Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n’est pas prise en compte. Une absence de réponse n’est pas pénalisée.

1. **Affirmation 1 :**

L’équation $(3\ln x-5)(e^x+4)=0$ admet exactement deux solutions réelles.
2. On considère la suite $(u_n)$ définie par
$u_0=2$ et, pour tout entier naturel , +1 = 2 − 5 + 6
**Affirmation 2 :** Pour tout entier naturel n, $u_n=3\times 2^n+5n-1$.
3. On considère la suite $(u_n)$ définie, pour tout entier naturel n, par $u_n=n^2+\frac{1}{2}$.
**Affirmation 3 :** La suite $(u_n)$ est géométrique.
4. Dans un repère de l’espace, soit d la droite passant par le point A(−3; 7; −12) et de vecteur directeur $\vec{u}$(1; −2; 5).
Soit d' la droite ayant pour représentation paramétrique

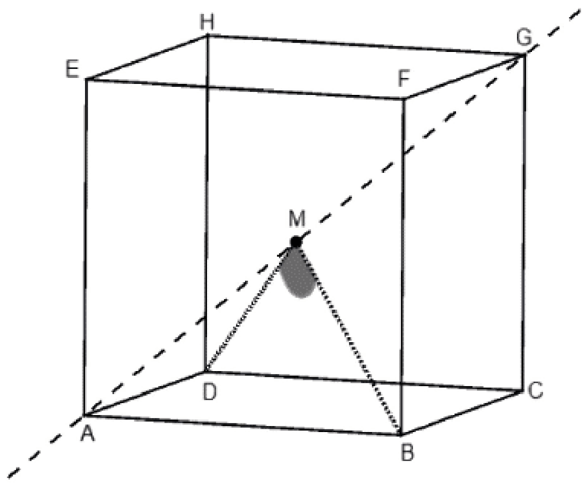
$$\begin{cases} x = 2t-1 \\ y = -4t+3 \\ z = 10t-2 \end{cases} ,t \in \mathbf{R}$$

**Affirmation 4 :** Les droites d et d' sont confondues.
5. On considère un cube ABCDEFGH. L’espace est muni du repère orthonormé $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$.

Une représentation paramétrique de la droite (AG) est

$$\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases} ,t \in \mathbf{R}$$

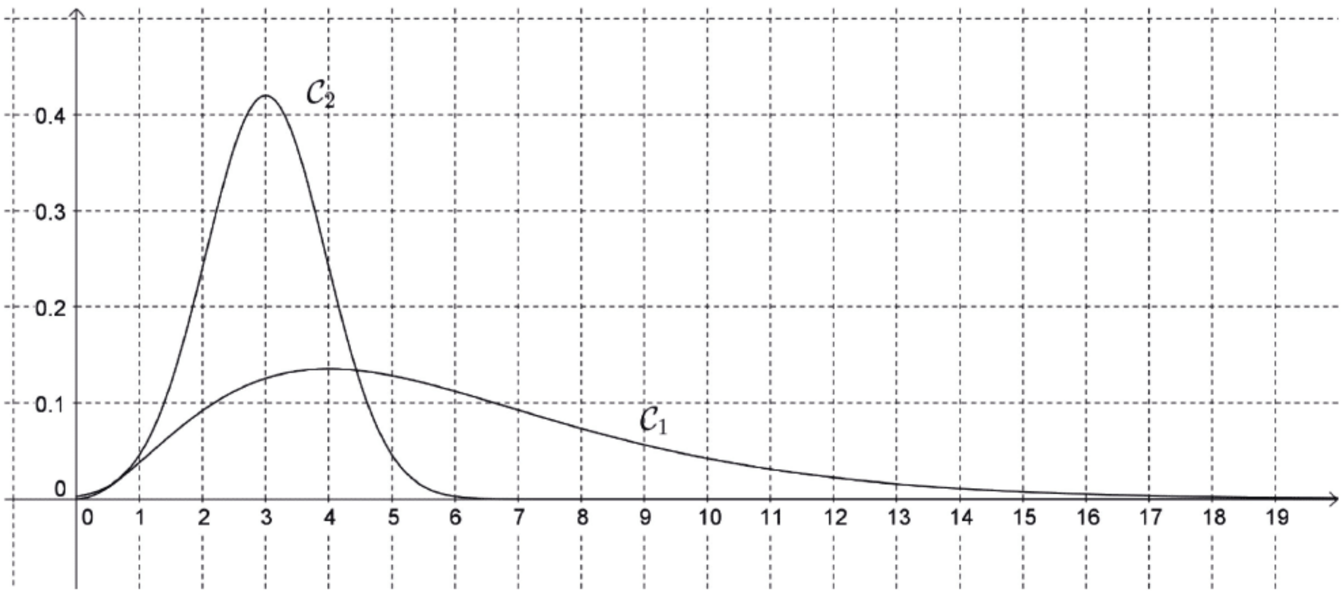
On considère un point M de la droite (AG).



**Affirmation 5 :** Il y a exactement deux positions du point M sur la droite (AG) telles que les droites (MB) et (MD) soient orthogonales.

**ANNEXE : À RENDRE AVEC LA COPIE**

Exercice 2 question 2




Exercice 2 question 3