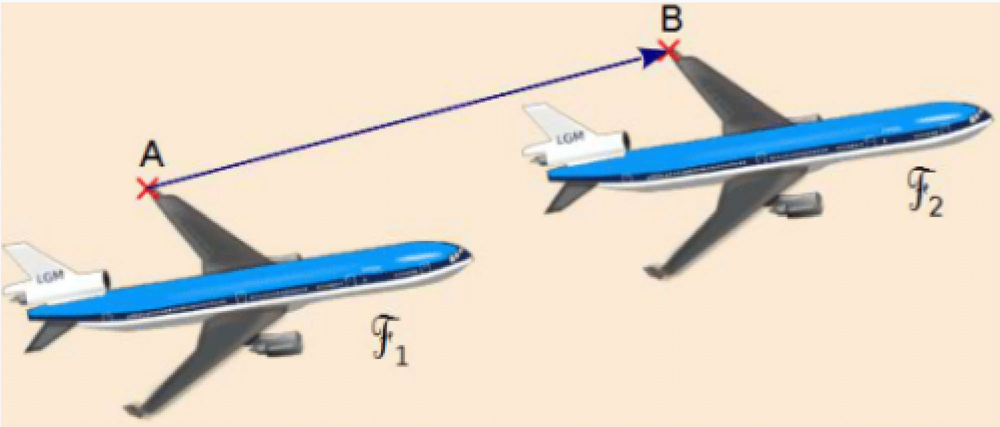
Translation et rotation

I. La translation

Définition

Définition :

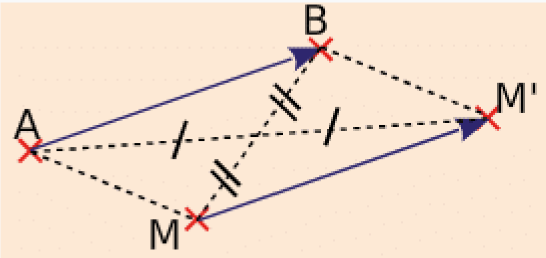
Lorsque l'on fait glisser la figure F_1 sans la faire tourner, de manière à ce que A arrive en B,elle se superpose avec la figure F_2 .



On dit que la figure F_2 est l'image de la figure F_1 par la **translation** qui transforme A en B.

2. Image d'un point et d'un segment

Propriété n° 1 :



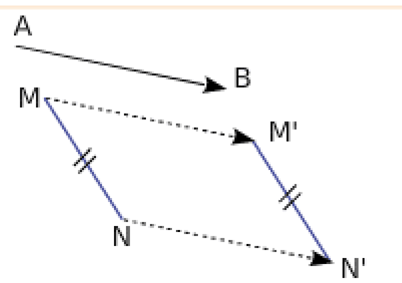
L'image du point M, par la translation qui transforme A en B, est le point M' tel queles segments [MB] et [AM'] ont le même milieu.

Si les points ne sont pas alignés alors ABM'M est un parallélogramme.

Propriété n° 2 :

L'image d'un segment par une translation est un segment qui lui est parallèle et de même longueur.

Exemple :



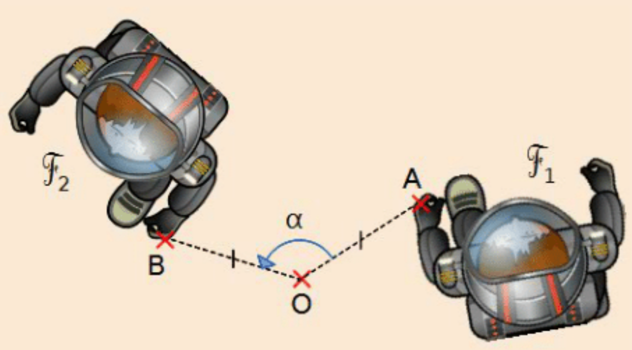
Dans la translation qui transforme A en B, le segment [MN] a pour image le segment [M'N'].

Donc les segments [MN] et [M'N'] sont parallèles et de même longueur.

II. La rotation

Définition

Définition :



Lorsque l'on fait tourner la figure F_1 autour du point O, d'un angle de mesure α, dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, elle se superpose avec la figure F_2 .On dit que la figure F_2 est l'image de la figure F_1 par la rotation de centre O et d'angle α.

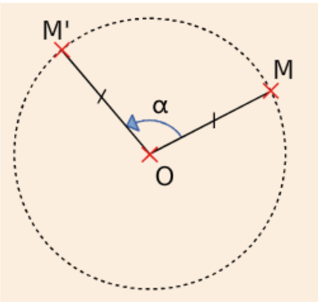
Remarque :

- Dans tout ce chapitre, le sens de rotation sera toujours le sens trigonométrique (sens contraire du déplacement des aiguilles d'une montre).

- La rotation de centre O et d'angle 180° est la symétrie centrale de centre O.

2. Image d'un point

Propriété :



On considère O et M deux points distincts.

L'image du point M par la rotation de centre O et d'angle α est le point M' tel que :

$OM' = OM$ et $\widehat{MOM'} = \alpha$.

III. Les propriétés de la translation et de la rotation

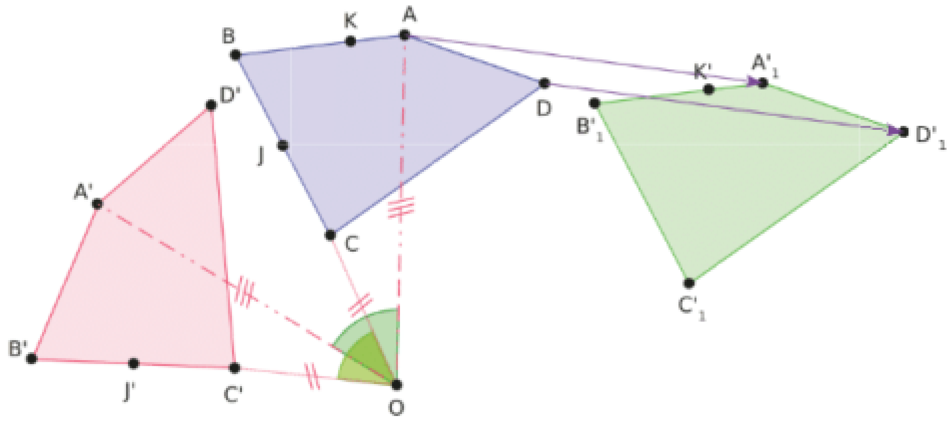
Propriété :

La translation et la rotation conservent les longueurs, l'alignement, les aires, les milieux et les mesures d'angle.

Exemple :

Le quadrilatère A'B'C'D' est l'image de ABCD par la rotation de centre O et d'angle 60°.

Le quadrilatère $A_1'B_1'C_1'D_1'$ est l'image de ABCD par la translation qui transforme A en A_1'.



- Les aires et les périmètres des trois quadrilatères sont égaux..

- Les points A,B,K sont alignés donc leurs images A'_1, B'_1, K'_1 sont également alignées.

- Le point J est le milieu du segment [BC] donc son image J' par la rotation est le milieu du segment [B'C'].

- L'angle $\widehat{A'_1B'_1C'_1}$ est l'image de l'angle $\widehat{ABC}$ par la translation, ils ont donc la même mesure.

- L'angle $\widehat{A'B'C'}$ est l'image de l'angle $\widehat{ABC}$ par la translation, ils ont donc la même mesure.