

Devoir Mathématiques N° 2 (1 heure)

Exercice 1 : (13 points)

1. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = x^3 - 3x - 4$$

- Dresser le tableau de variation de g sur \mathbb{R} (limites comprises).
 - Démontrer que $g(x) = 0$ admet une unique solution sur \mathbb{R} que l'on notera α . Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} .
 - En déduire le signe de $g(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
2. Soit f définie sur $D =]1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$$

- Démontrer que f' a le même signe que g sur D .
- Déterminer les limites de f aux bornes de D et dresser le tableau de variation de f .
- Montrer que la droite \mathcal{D} d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à la courbe représentative \mathcal{C} de f .
Etudier la position relative de \mathcal{D} et \mathcal{C} .

Exercice 2 : (3 points)

Déterminer la dérivée des fonctions suivantes. Aucune justification de dérivabilité n'est demandée :

- $f(x) = \sqrt{\cos(x^2) + 4}$; $D = \mathbb{R}$.
- $g(x) = (\cos(2x^2 + 3))^7$; $D = \mathbb{R}$.

Exercice 3 : (4 points)

Soit

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & \text{si } x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{pour } x \geq 1 \end{cases}$$

- La fonction f est-elle continue en 1 ?
- La fonction f est-elle dérivable en 1 ? Donner une interprétation géométrique.